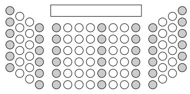
1	
2	
3	
4	
Σ	

Analiza 3: 2. kolokvij

20. 1. 2014

Čas pisanja je 120 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!



Sedež (2.01)

Ime in priimek

Vpisna številka

1. naloga (25 točk)

Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$3x^2y^2y'' + 6x^2yy'^2 - 9xy'y^2 + 5y^3 = 0.$$

Nasvet: oglej si funkcijo $z = y^\lambda$.

2. naloga (25 točk)

Poišči tisto rešitev sistema diferencialnih enačb

$$\dot{x} = \frac{-tx}{x^2 + y^2} \qquad \text{in} \qquad \dot{y} = \frac{-ty}{x^2 + y^2},$$

ki zadošča $x(1) = 1$ in $y(1) = 2$.

.

3. naloga (30 točk)

Naj bo $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ funkcija razreda $\mathcal{C}^2$. Dokaži, da sta pripadajoči Euler-Lagrangeevi enačbi funkcionalov

$$I_1[y] = \int_a^b L(x, y, y') \qquad \text{in} \qquad I_2[y] = \int_a^b \left(L(x, y, y') + \frac{d}{dx} G(x, y) \right) dx.$$

enaki. Poišči vsaj eno ekstremalo funkcionala

$$I[y] = \int_1^2 \left(\frac{1}{2} x y'^2 - y + e^{xy}(y + xy') \right) dx,$$

ki zadošča $y(2) = -1$.

4. naloga (20 točk)

Naj bo $A = [a_{ij}]_{i,j=1}^n \in \mathbb{R}^{n,n}$ realna konstantna matrika velikosti $n \times n$ in

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{11}x_1 \\ a_{22}x_2 \\ \vdots \\ a_{nn}x_n \end{bmatrix}$$

linearen homogen sistem diferencialnih enačb. Določi potreben in zadosten pogoj, da za poljubno rešitev $\vec{x}$ zgornjega sistema $\lim_{t\to\infty} \vec{x}$ obstaja. V primeru, ko $\lim_{t\to\infty} \vec{x}(t)$ obstaja, določi splošno rešitev zgornjega sistema.