

ANALIZA 4 - 1. pisni izpit

6. 6. 2008

1. [25] Poišči splošno rešitev linearne PDE 2. reda

$$4x^2(u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy}) + u = 0.$$

Namig: zapiši enačbo v koordinatah kanonične forme; za eno od teh koordinat uporabi x .

2. [25] Naj bo $l, D, h > 0$ in velja $h < l$. Reši nalogo za funkcijo $u(x, t)$:

$$u_t = Du_{xx} + \chi_{[0,h]}(x), \quad (x, t) \in (0, l) \times (0, \infty)$$

pri začetnem pogoju

$$u(x, 0) = 0$$

in robnih pogojih

$$u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0.$$

3. [25] Reši enačbo za funkcijo $u(x, y, z)$:

$$xu_x + yu_y + zu_z = \frac{1}{u_x + u_y + u_z}$$

pri pogoju

$$u(x, y, 0) = x + y.$$

4. (a) [10] Z metodo zrcaljenja/inverzije poišči Greenovo funkcijo za območje

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1, 0 < y\}.$$

(b) [15] Naj bo $0 < \alpha < \pi/2$. Z metodo konformnih preslikav poišči Greenovo funkcijo za območje

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1, 0 < y < x \tan \alpha\}.$$