ANALIZA 4 - 4. izpit

21. 9. 2007

1. [25] S prevedbo na kanonično formo poišči splošno rešitev naslednje PDE ($n > 1$):
$$(n-1)^2 u_{xx} - y^{2n} u_{yy} = n y^{2n-1} u_y.$$

2. [25] Z metodo separacije spremenljivk poišči rešitev naslednje naloge:
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2 \frac{\partial u}{\partial x}\right) = u_t, \quad x \in [1,4], t > 0,$$
$$u(x, t = 0) = 1,$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(x = 1, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(x = 4, t) = 0.$$

3. [25] Izvedi separacijo spremenljivk v paraboličnih koordinatah (σ, τ):
$$x = \sigma\tau$$
$$y = \frac{1}{2}(\sigma^2 - \tau^2)$$
za nalogo
$$\triangle u = \lambda u.$$
Natančneje, zapiši gornjo nalogo v paraboličnih koordinatah in iz nastavka
$$u = S(\sigma)T(\tau)$$
izpelji diferencialni enačbi za funkciji $S(\sigma)$ ter $T(\tau)$.

4. [25] V okolici $(0,0)$ poišči gladko funkcijo $u(x,y)$, ki hkrati zadošča dvema PDE
$$x u_x + u_y - x + 2y = 0,$$
$$(2xy - 4y^2 - 1)u_x + 2(x - y)u_y + 1 + 2xy = 0$$
in pogoju
$$u(0,0) = 0.$$