

ANALIZA 4 - 3. izpit

3. 9. 2007

1. [25] Poišči rešitev PDE 1. reda

$$1/p + 1/q = u,$$

ki zadošča

$$u(x, 0) = 1 + \sqrt{2x + 1}.$$

2. [25] Poišči rešitev naslednje naloge za $u(x, t)$:

$$c^2 u_{xx} - u_{tt} = 0, \quad x > 0, t > 0,$$

$$u(0, t) = \cos(\omega t), \quad t > 0,$$

$$u(x, t = 0) = 0, \quad x > 0,$$

$$u_t(x, t = 0) = 0, \quad x > 0.$$

Tu sta $c, \omega > 0$.

3. [25] Poišči rešitev naslednje naloge za funkcijo $u(x, y, t)$ ($D > 0$):

$$D\Delta u = u_t, \quad x^2 + y^2 \leq 4, t > 0,$$

$$u(x, y, t = 0) = y, \quad x^2 + y^2 \leq 4,$$

$$u(x, y, t) = 1, \quad x^2 + y^2 = 4, t > 0.$$

4. [40] (a) Poišči vse rešitve Sturm-Liouville-ovega problema:

$$-(xy')' = \lambda xy, \quad x \in (0, 1), \quad (xy')(x \rightarrow 0) = 0, \quad y'(x = 1) = 0.$$

(b) V katerem funkcijskem prostoru so rešitve KOS ?

(c) Poišči (desni) inverz ustreznega Sturm-Liouvilleovega operatorja in pokaži, da je kompakten (kot endomorfizem prostora iz (b)).