ANALIZA 4 - 4. pisni izpit

22. 9. 2008

1. [25] Dani sta družini ploskev

$$y^2 - z^2 = A, \quad x(y-z) = B.$$

(a) Poišči vektorsko polje $\mathbf{V}(x,y,z) : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, ki je tangentno na obe družini.

(b) Poišči ploskev, ki je tangentna na vektorsko polje $\mathbf{V}$ in vsebuje krivuljo $\gamma(s) = (s, -s, s/2), (s \in \mathbb{R})$.

2. [25] Z razvojem v vrsto reši enačbo

$$u_{xx} + u_y = 0, \quad u(0,y) = e^{-y}, \quad u_x(0,y) = e^y.$$

3. [25] Reši enačbo

$$u_t = \triangle u$$

na krogu z radijem a pri robnem pogoju

$$(u_r + u)|_{r=a} = 0$$

in začetnem pogoju

$$u|_{t=0} = 1.$$

4. [25] Naj bo $f \in C(K(0,1))$ (tu je $K(0,1) \subseteq \mathbb{R}^2$ enotski krog). Pokaži, da je

$$\sup_{K(0,1)} |u| \leq \frac{1}{4} \sup_{K(0,1)} |f|,$$

če je funkcija $u(x,y)$ rešitev naloge

$$\triangle u = f, \quad \text{na } K(0,1),$$

$$u|_{\partial K(0,1)} = 0.$$

Pomoč: Izrazi u s funkcijo f in odtod izpelji želeno neenakost.