ANALIZA 4 - 3. pisni izpit

9. 9. 2011

1. Poišči ploskev $\Sigma \subseteq \mathbb{R}^3$, ki vsebuje krivuljo

$$z = 0, \quad y = e^x,$$

in vsaka njena normala seka premico

$$y = 0, \quad x = z.$$

Rešitev zapiši v implicitni obliki.

2. Poišči splošno rešitev naslednje linearne PDE 2. reda

$$x^2 u_{xx} - y^2 u_{yy} = x^2 - y^2.$$

3. Reši naslednjo nalogo za funkcijo $u = u(x,t)$:

$$u_{tt} = u_{xx} + t \sin^2 x, \quad x \in [0,\pi], t > 0,$$

$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0,$$

$$u(x,0) = u_t(x,0) = 0.$$

4. Naj bo $f \in C(K(0,1))$ (tu je $K(0,1) \subseteq \mathbb{R}^2$ enotski krog). Pokaži, da je

$$\sup_{K(0,1)} |u| \leq \frac{1}{4} \sup_{K(0,1)} |f|,$$

če je funkcija $u(x,y)$ rešitev naloge

$$\triangle u = f, \quad \text{na } K(0,1),$$

$$u|_{\partial K(0,1)} = 0.$$

Pomoč: Izrazi u s funkcijo f in odtod izpelji želeno neenakost.