ANALIZA 4 - 1. kolokvij

5. 4. 2012

1. V eksplicitni obliki zapiši rešitev $u = u(x, y)$ naslednje naloge
$$u_x^3 + u_y^3 + u^3 = 0,$$
$$u(s, -s) = 1.$$

2. V implicitni obliki zapiši rešitev $u = u(x, y)$ naslednje naloge
$$(2y(x + y) - u)u_x + (u - 2x(x + y))u_y = 2(y - x)u,$$
$$u(s, s) = 1.$$

3. Poišči rešitev (neskončnega) sistema NDE za funkcije $x_1(t), x_2(t), \dots$:
$$\dot{x}_n = ntx_{n+1}, \quad n \in \mathbb{N},$$
$$x_n(0) = \frac{1}{(n-1)!}, \quad n \in \mathbb{N},$$
tako, da nalogo prevedeš v ekvivalentno nalogo za rodovno funkcijo
$$Q(y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n(t) y^n,$$
jo rešiš in iz dobljene Q določiš iskane $(x_n(t))_{n\in\mathbb{N}}$.

4. Naj bosta $a, b \in C^1(\mathbb{R}^2)$ in velja
$$a(x, y)x + b(x, y)y \leq 0$$
za vse $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

(a) Če $u \in C^1(\mathbb{R}^2)$ zadošča naslednji PDE
$$a(x, y)u_x + b(x, y)u_y = -u^2,$$
dokaži, da je $u \geq 0$.

(b) Poišči kak primer funkcij a, b kot zgoraj, pri katerih obstaja u kot zgoraj, ki ni identično enak 0.