

## ANALIZA 4 - 1. kolokvij

6. 12. 2005

1. [25] Poisci resitev PDE 1.reda

$$u_x u_y = xy,$$

ki zadosca zacetnemu pogoju  $u(s, s) = s$  (za  $s$  v okolici 0). Resitev zapisi v parametricni obliki.

2. [25] Poisci resitev kvazilinearne PDE 1. reda

$$x(y^2 + u)u_x - y(x^2 + u)u_y = (x^2 - y^2)u$$

pri zacetnem pogoju  $x + y = u - 1 = 0$ . Resitev zapisi v eksplisitni obliki.

3. [25] Pokazi, da ne obstaja  $u \in C^2(\mathbb{R}^2)$ , ki bi zadosca PDE 1. reda

$$u_x u_y u = 1.$$

4. Naj bosta

$$\mathbf{A}(x, y, u) = (A_1(x, y, u), A_2(x, y, u), A_3(x, y, u)) : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^3,$$

$$\mathbf{B}(x, y, u) = (B_1(x, y, u), B_2(x, y, u), B_3(x, y, u)) : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

gladki vektorski polji na odprti mnozici  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ , za kateri velja

$$A_1 B_2 - A_2 B_1 \neq 0 \quad \text{na } \Omega.$$

Trditev **X**: Za vsako tocko  $(x_0, y_0, u_0) \in \Omega$  na neki okolici tocke  $(x_0, y_0)$  obstaja enolicna resitev naloge

$$A_1 u_x + A_2 u_y - A_3 = B_1 u_x + B_2 u_y - B_3 = 0,$$

$$u(x_0, y_0) = u_0.$$

Trditev **Y**: Vektorski polji  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  zadoscata pogoju

$$(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \operatorname{rot} (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = 0 \quad \text{na } \Omega.$$

(a) [20] Dokazi **X**  $\Rightarrow$  **Y**.

(b) [15] Dokazi **Y**  $\Rightarrow$  **X**.

Namig: Iz obeh PDE lahko izrazis oba parcialna odvoda.