

ANALIZA 4  
2. KOLOKVIJ  
29. 5. 2014

1. [35] Naj bo  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Dana je naslednja naloga za  $u(x, t)$ :

$$u_{xx} = u_t + \alpha u, \quad x \in (0, 2), t > 0,$$

$$u_x(0, t) = u_x(2, t) = 0, \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = x - 1, \quad x \in [0, 2].$$

Reši nalogo in določi vse vrednosti  $\alpha$ , pri katerih velja

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t) = 0.$$

2. [35] Določi Poissonovo jedro za območje  $\Omega = (0, \pi) \times \mathbb{R} \subseteq \mathbb{R}^2$  in reši nalogo

$$\Delta u = 0 \quad (x, y) \in \Omega,$$

$$u(0, y) = 0, u(\pi, y) = \chi_{[2,3]}(y), \quad y \in \mathbb{R}.$$

3. [30] Reši naslednjo PDE za funkcijo  $u(x, y)$

$$u_{xx} + 4xu_{xy} + (1 + 4x^2)u_{yy} + 2u_y = 0, \quad u(0, y) = \cos 2y, u_x(0, y) = 2 \cos 2y.$$

*Pomoč:* PDE in začetne pogoje zapiši v kanoničnih koordinatah.