ANALIZA 4 - 1. kolokvij

23. 11. 2006

1. [25] V eksplicitni obliki zapiši rešitev PDE 1.reda

$$u = xu_x + yu_y + \frac{1}{2}(u_x^2 + u_y^2),$$

ki zadošča pogoju $u(x, 0) = \frac{1}{2}(1 - x^2)$.

2. [25] V implicitni obliki zapiši rešitev kvazilinearne PDE 1. reda

$$(3u^3x + 2xy^2)u_x - (3u^3y + xy)u_y = 2y^2u - xu,$$

ki zadošča pogoju $u(y^2, y) = 1$.

3. [25] Poišči ploskev $\Sigma \subseteq \mathbf{R}^3$, ki vsebuje krivuljo

$$x + y = 0, \quad z = 3 + x^2,$$

in vsaka njena normala seka premico

$$x + y = 4, \quad z = 0.$$

4. [25] Naj bodo $a, b, d \in \mathbf{R}$ in velja $ad - b^2 > 0$, $a + d < 0$. Dokaži, da so vse na krogu $K(0, 1) \subseteq \mathbf{R}^2$ definirane rešitve linearne PDE

$$(ax + by)u_x + (bx + dy)u_y = 0$$

konstantne.