

ANALIZA 4 - 2. kolokvij

30. 1. 2008

1. [25] Z razvojem v potenčno vrsto okoli $(0, 0)$ reši naslednjo nalogo za $u(x, y)$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad u(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y}(x, 0) = (x + 2)e^x.$$

Rešitev je elementarna funkcija, kot tako jo tudi zapiši.

2. [25] Poišči rešitev naloge za $u(x, y)$:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{x - y}{3} \frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$
$$u(x, -x) = \frac{3}{2x} e^{2x^2/3}, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(x, -x) = \frac{1}{2} e^{2x^2/3}.$$

Rešitev je elementarna funkcija, kot tako jo tudi zapiši.

3. [25] Poišči rešitev naloge za funkcijo $u(x, t)$ ($c, k, \omega > 0$):

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sin(kx) \cos(\omega t), \quad x \in \mathbf{R}, t > 0$$

$$u(x, 0) = \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad x \in \mathbf{R}.$$

Rešitev je elementarna funkcija, kot tako jo tudi zapiši.

4. Želimo rešiti dušeno valovno enačbo ($c, \beta > 0$) za funkcijo $u(x, t)$ (tj. rešitev izraziti s funkcijo f):

$$c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 2\beta \frac{\partial u}{\partial t} = 0,$$

$$u(x, 0) = f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0.$$

(a) [5] Prepiši nalogo za funkcijo $v(x, t) = \varphi(t)u(x, t)$, kjer izbereš φ tako, da PDE ne bo imela odvodov funkcije v prvega reda.

(b) [20] Dobljeno nalogo za $v(x, t)$ reši v kanoničnih koordinatah z metodo Greenove funkcije.