

ANALIZA 4 - 2. kolokvij

30. 5. 2011

Ime in priimek:

Vpisna št.:

1. Poišči rešitev naslednje naloge za $u = u(x, t)$ ($D > 0$):

$$u_t = Du_{xx}, \quad x > 0, t > 0,$$

$$u_x(0, t) = 0, \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = e^{-x^2} \cos x, \quad x > 0.$$

Rešitev je elementarna funkcija, kot tako jo tudi zapiši.

Pomoč:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2+ixy} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{y^2}{4a}}, \quad a > 0, y \in \mathbb{R},$$
$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}.$$

2. Poišči rešitev naslednje naloge za $u = u(x, t)$:

$$u_{tt} = u_{xx} + \frac{2}{x}u_x, \quad x \in (1, 2), t > 0,$$

$$u(x = 1, t) = u(x = 2, t) = 0, \quad t > 0,$$

$$u(x, t = 0) = 1, u_t(x, t = 0) = 1, \quad x \in (1, 2).$$

Pomoč: Pri reševanju lastnega S-L problema $\ell v(x) = \lambda v(x)$ uvedi substitucijo $w(x) := xv(x)$.

3. Zapiši (neko) Poissonovo jedro za $\Omega = \mathbb{R}_- \times \mathbb{R}_+$ ter poišči (neko) rešitev naslednje naloge za $u = u(x, y)$:

$$\Delta u = 0, \quad \text{na } \Omega,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad x < 0,$$

$$u(0, y) = \chi_{[1,2]}(y), \quad y > 0.$$