

ANALIZA 4 - 3. kolokvij

19. 4. 2006

1. [25] Z uporabo Laplaceve transformacije poisci resitev DE

$$y'' + 9y = -6 \sin(3x),$$

ki zadosca pogojema $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.

2. [25] Poisci resitev PDE

$$u_{yy} + xu_{xy} - x^2 u_y = 0,$$

ki zadosca $u(x, 0) = \cos x$, $u_y(x, 0) = xe^{x^2/2}$.

Namig: Nalogo resuj v koordinatah kanonicne forme.

3. [25] Pokazi, da je

$$G(z, z_0) = \frac{1}{2\pi} \operatorname{\mathbf{Re}} \left(\log \frac{\sin \frac{i(z-z_0)\pi}{2a}}{\cos \frac{i(z-z_0)\pi}{2a}} \right)$$

Greenova funkcija za

$$\Omega = \{(x, y), |y| < a/2\} \subset \mathbf{R}^2.$$

Pojasnilo: V zapisu Greenove funkcije smo uporabili kompleksno pisavo za tocke ravnine

$$(x, y) \in \mathbf{R}^2 \quad \leftrightarrow \quad z = x + iy \in \mathbf{C}.$$

4. [25] Naj bo $\Omega = \mathbf{R} \times \mathbf{R}_+$ ter $u \in C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ harmonična in omejena funkcija na Ω . Dokazi, da je

$$\sup_{\Omega} u = \sup_{\partial\Omega} u.$$

Namig: Najprej pokazi trditev pri poljubnem $\varepsilon > 0$ za funkcijo

$$v_\varepsilon(x, y) = u(x, y) - \varepsilon \log(x^2 + (y+1)^2).$$