

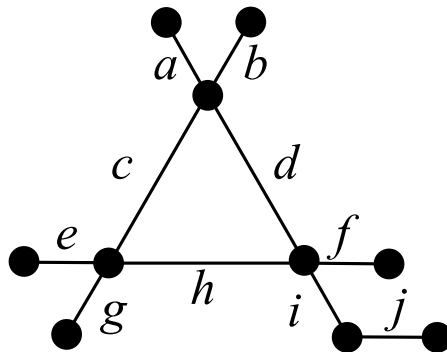
2. izpit iz Diskretne matematike Ljubljana, 10. september 2004

1. Šahovsko desko dimenzije $2 \times n$ želimo pokriti s ploščicami dimenzije 1×2 . Ploščice lahko na desko postavimo vertikalno ali horizontalno, ne smejo pa se prekrivati. Na koliko načinov lahko to storimo?
2. S pomočjo preštevanja objektov na dva različna načina dokaži naslednjo identiteto:

$$\sum_{k=0}^m \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k} = 2^m \binom{n}{m}, \quad m < n.$$

Namig: 2^m je število podmnožic množice z m elementi.

3. Za graf



- (a) določi ciklični indeks za delovanje grupe avtomorfizmov na množici povezav,
 - (b) ugotovi, na koliko načinov lahko pobarvamo povezave z dvema barvama (ni nujno, da sta dve sosednji povezavi različne barve).
4. Pokaži, da graf na n točkah s strogo več kot $\frac{1}{4}n^2$ povezavami ne more biti dvodelen. Najdi primer kakega dvodelnega grafa z natanko $\frac{1}{4}n^2$ povezavami. Ali znaš poiskati kakšno neskončno družino dvodelnih grafov z maksimalnim možnim številom povezav?

Vse odgovore utemelji. Čas reševanja je 120 minut. Dovoljen je en list A4 s poljubnimi informacijami.