

3. izpit iz DISKRETNE MATEMATIKE 1

5. september 2012

Priimek in ime: _____

Vpisna št.: _____ Vrsta: _____ Kolona: _____

1. (5+20 točk) Poiščite kombinatorični dokaz za naslednji enakosti s Stirlingovimi števili 2. vrste:

(a) $S(n, n-1) = \binom{n}{2}$.

(b) $S(n, n-2) = \binom{n}{3} + 3\binom{n}{4}$.

2. Koliko je matrik dimenzije $n \times n$ z elementi iz množice $\{0, 1, \dots, m\}$, ki nimajo nobene ničelne vrstice in nobenega ničelnega stolpca? Koliko je to za $n = 3$ in $m = 9$?

3. Za $n \geq 0$ označimo z a_n število podmnožic množice $\{1, \dots, n\}$, pri katerih se poljubna dva elementa razlikujeta vsaj za 3.

(a) Poiščite števila a_0, a_1, \dots, a_5 .

(b) Poiščite rekurzivno enačbo, ki ji zadoščajo števila a_n .

(c) Izračunajte rodovno funkcijo zaporedja (a_n) .

4. (a) Pokažite, da je graf z $n \geq 3$ vozlišči in vsaj $\binom{n-1}{2} + 2$ povezavami Hamiltonov. Nasvet: uporabite Orejev izrek.

(b) Za vsak $n \geq 3$ poiščite primer grafa z n vozlišči in $\binom{n-1}{2} + 1$ povezavami, ki ni Hamiltonov.

(c) Pokažite, da ima graf z $n \geq 3$ vozlišči in vsaj $\binom{n-1}{2} + 1$ povezavami Hamiltonovo pot.

Vse naloge je treba ustrezno utemeljiti, samo odgovori ne štejejo nič.

Vseeno pa ne pozabite napisati odgovorov!