

# Kolokvij iz Diskretne matematike

22. april 2011

1. Kmet ima njivo, na katero lahko posadi 20 vreč krompirja. Doma ima 4 sorte krompirja, vsake sorte ima vsaj 20 vreč.

(a) Na koliko načinov kmet lahko posadi krompir?

(b) Kaj pa, če želi posaditi vse 4 sorte?

Pri tem obravnavaj dva primera:

(i) Krompir sadi poljubno (vendar krompir iz ene vreče posadi skupaj).

(ii) Vsako sorto posadi v enem kosu.

Vrstni red sort na njivi je pomemben.

2. (a) Na koliko načinov lahko razporedimo  $n$  vojakov v  $m$  nepraznih čet (vrstni red vojakov v četi je pomemben), tako da bo v četi, v kateri bo poveljnik vojske, poleg njega še  $k$  vojakov?
- (b) Naj bosta  $m$  in  $n$  naravni števili in  $m \leq n$ . Izračunaj vsoto

$$\sum_{k=0}^{n-m} \binom{n}{k} L(n-k, m) \cdot (k+1)!,$$

kjer  $L(n, k)$  označuje Lahovo število.

3. V skupini  $2n$  ljudi vsak član skupine ne mara natanko enega izmed preostalih  $2n - 1$  ljudi. Radi bi se posedli za okroglo mizo, pri čemer nihče ne bi rad sedel poleg človeka, ki ga ne mara. Dokaži, da se lahko posedejo na

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} 2^k (2n - k - 1)!$$

različnih načinov. Pri tem upoštevaj, da zavrtenih razporeditev ne ločimo.

4. Na koliko neekvivalentnih načinov lahko pobarvamo diagonale pravičnega šestkotnika s tremi barvami? Barvanji štejeemo za ekvivalentni, če eno iz drugega dobimo z rotacijo ali zrcaljenjem šestkotnika.