

1. kolokvij iz DISKRETNE MATEMATIKE 1

25. april 2012

Priimek in ime: _____

Vpisna št.: _____ Vrsta: _____ Kolona: _____

- (25 točk) V predavalnici sta dve vrsti sedežev, v vsaki vrsti je po 8 sedežev. Predavanja obiskuje 14 študentov. Na koliko načinov se lahko posedejo v predavalnico, če Andreja, Bojan, Cvetka, Damjana in Edo vedno sedijo v prvi vrsti, Franci, Gorazd, Hana in Iva pa vedno sedijo v drugi vrsti? Ostalim je vseeno, v kateri vrsti sedijo.
- (25 točk) Koliko je štirimestnih števil, pri katerih se nobena števka ne pojavi natanko dvakrat?
- (20 točk) Na koliko načinov lahko postavimo v vrsto n kroglic rdeče, modre in zelene barve, če postavimo vedno sodo število rdečih kroglic zaporedoma in sodo število modrih kroglic zaporedoma? Zapišite in rešite rekurzivno enačbo.
- (30 točk) Označimo s $f(n, k)$ število načinov, na katere lahko izberemo k števil iz množice $\{1, 2, \dots, n\}$ tako, da ne izberemo dveh zaporednih števil. Za vsak $k \geq 1$ definirajmo rodovno funkcijo $F_k(x) = \sum_{n \geq k} f(n, k)x^n$.

(a) Izračunajte $F_1(x)$.

(b) Pokažite, da za števila $f(n, k)$ velja naslednja rekurzivna zveza:

$$f(n, k) = f(n - 2, k - 1) + f(n - 1, k)$$

pri pogoju $n \geq 2$ in $k \geq 1$.

(c) S pomočjo rekurzivne zveze iz točke (b) pokažite, da velja

$$F_k(x) = \frac{x^{2k-1}}{(1-x)^{k+1}} \quad \text{za } k \geq 2.$$

(d) Izračunajte $f(n, k)$.

*Vse naloge je treba ustrezno utemeljiti, samo odgovori ne štejejo nič.
Vseeno pa ne pozabite napisati odgovorov!*