2. kolokvij iz diskretne matematike
Ljubljana, 24. maj 2004

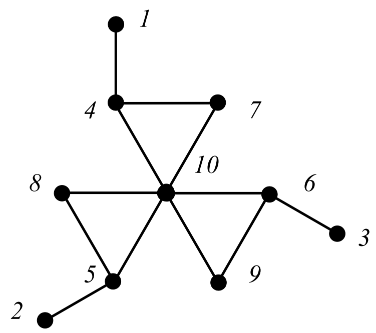
1. Lahova števila $L(n,k)$, $n,k > 0$ določajo število načinov razporeditev n vojakov v k nepraznih čet (k nepraznih množic z dano linearno urejenostjo vojakov znotraj njih). Čete niso označene.

   (a) Izpelji rekurzivno zvezo za $L(n,k)$ v stilu, kot jo imajo npr. Stirlingova števila 2. vrste, kjer $L(n,k)$ izrazimo s pomočjo dveh Lahovih števil nižjega reda. Napiši začetne pogoje. Utemelji, zakaj velja ta zveza.

   (b) Dokaži, da za Lahova števila velja:
   $$L(n,k) = \frac{n!}{k!}\binom{n-1}{k-1}.$$

2. Reši naslednjo rekurzivno nehomogeno enačbo
   $$a_{n+2} + 3a_{n+1} - 10a_n = 2$$
   za začetni pogoj $a_0 = a_1 = 1$.

3. Na koliko različnih načinov lahko pobarvamo vozlišča grafa G na sliki z dvema barvama? Dva načina barvanja vozlišč se štejeta za enaka, če obstaja avtomorfizem grafa, ki preslika eno barvanje v drugo. (*Opomba: štejemo splošna barvanja in ne prava barvanja grafov.*)



4. Pokaži naslednji trditvi:

   (a) Naj bo graf G k-povezan, $k \geq 3$, C naj bo poljuben cikel grafa G dolžine vsaj k in v poljubno vozlišče, ki ne leži na ciklu C. Potem obstaja k notranje disjunktnih poti v grafu G, ki se začnejo v vozlišču v in se končajo v k različnih točkah cikla C.

   (b) Naj bo $k \geq 2$. Dokaži, da vsak k-povezan graf z vsaj $2k$ vozlišči, vsebuje cikel dolžine vsaj $2k$ (*Namig: uporabi indukcijo in točko (a)*).

Vse odgovore utemelji. Čas reševanja je 120 minut. Dovoljen je en list A4 s poljubnimi informacijami.