**Barvanje grafov**

**A) Barvanje vozlišč**

*Definicija.* Naj bo *k* iz *N0*. Preslikava *f: V(G)* --> {1,2,...,*k*} je ***pravilno k-barvanje vozlišč*** grafa *G*, če je *f(u) <> f(v)* za vse pare sosednjih vozlišč *u* in *v* grafa *G*. Najmanjši *k*, za katerega obstaja pravilno *k*-barvanje vozlišč grafa *G*, označimo *hi(G)* in imenujemo ***kromatično število*** grafa *G*.

*Trditev. hi(G) <= Delta(G)* + 1

***Izrek štirih barv.*** *G ravninski graf* ==> *hi(G)* <= 4

*Oznaka.* *PG(k)* označuje število vseh pravilnih *k*-barvanj vozlišč grafa *G*.

***Rekurzivna formula za*** *PG(k):* Za vsako povezavo *e* grafa *G* velja
*PG-e(k) = PG(k) + PG/e(k).*

*Trditev. PG(k)* je polinom spremenljivke *k* stopnje *|V(G)|* s celimi koeficienti in z vodilnim koeficientom 1.

*Definicija.* Polinom *PG(k)* je ***kromatični polinom*** grafa *G*.

**B) Barvanje povezav**

*Definicija.* Naj bo *k* iz *N0*. Preslikava *fi: E(G)* --> {1,2,...,*k*} je ***pravilno k-barvanje povezav*** grafa *G*, če je *fi(e) <> fi(f)* za vse pare povezav *e* <> *f*, ki se stikajo v skupnem krajišču. Najmanjši *k*, za katerega obstaja pravilno *k*-barvanje povezav grafa *G*, označimo *hi'(G)* in imenujemo ***kromatični indeks*** grafa *G*.

*Trditev. hi'(G) = hi(L(G)) >= Delta(G).****Vizingov izrek.*** *Za vse grafe G je hi'(G) <= Delta(G)* + 1*.

Definicija.* Graf *G* je:
- ***razreda 1***, če je *hi'(G) = Delta(G),
-* ***razreda 2***, če je *hi'(G) = Delta(G)* + 1.

***Izrek.*** Vsak dvodelni graf je razreda 1.