**Drevesa in cikli**

*Definicija.* ***Drevo*** je povezan graf brez ciklov. ***Gozd*** je graf brez ciklov.

*Trditev.* Graf *G* je gozd <===> vsaka povezana komponenta *G* je drevo.

*Definicija.* Vozlišče *v* grafa *G* je ***prerezno vozlišče****, če je Omega(G - v) > Omega(G).* Povezava *e* grafa *G* je ***most****, če je Omega(G - e) > Omega(G).*

*Trditev.* Če je povezava *e* most v *G*, je *Omega(G - e) = Omega(G) + 1.*

*Trditev. P*ovezava *e* je most v *G* <===> povezava *e* ni vsebovana v nobenem ciklu grafa *G*.

*Posledica. G* drevo <===> *G* povezan graf, vsaka povezava je most

***Izrek 1****.* Za vsak graf *G* so naslednje trditve ekvivalentne:
(1) *G* je drevo,
(2) *G* je povezan graf, *|E(G)| = |V(G)| - 1,*(3) *G* je brez ciklov, *|E(G)| = |V(G)| - 1.*

***Izrek 2****.* Za vsak graf *G* so naslednje trditve ekvivalentne:
(1) *G* je drevo,
(2) za vsaki dve vozlišči *u,v* grafa *G* obstaja v *G* natanko ena pot od *u* do *v,*(3) *G* je brez ciklov, za vsaki dve različni nesosednji vozlišči *u,v* grafa *G* pa ima graf *G* natanko en cikel.

*Definicija.* Drevo *T* je ***vpeto drevo*** v grafu *G*, če je *T* vpet podgraf grafa *G*.

***Izrek.*** *G* vsebuje vpeto drevo <==> *G* povezan

*Definicija.* ***Ciklomatično število*** *gama(G)* grafa *G* je najmanjše število povezav, ki jih je treba odstraniti iz grafa *G*, da dobimo gozd.

***Izrek.*** *gama(G) = |E(G)|* - *|V(G)|* + *Omega(G)*

*Oznaka.* S *tau(G)* označimo število vpetih dreves v grafu *G*.

***Rekurzivna formula za tau(G).***Za vsako povezavo *e* grafa *G* je *tau(G) = tau(G*-*e) + tau(G*/*e).*

***Cayleyeva formula.***Za vsa naravna števila *n* je *tau(Kn) = nn-2.*

*Definicija.* ***Eulerjev sprehod***v *G* je sprehod, ki vsebuje vsako povezavo grafa *G* natanko enkrat. ***Eulerjev obhod***v *G* je obhod, ki vsebuje vsako povezavo grafa *G* natanko enkrat. Graf *G* je ***Eulerjev graf***, če vsebuje Eulerjev obhod.

***Izrek.***Povezan graf je Eulerjev natanko tedaj, ko so vsa vozlišča sode stopnje.

***Izrek.***Povezan graf ima Eulerjev sprehod natanko tedaj, ko ima kvečjemu dve vozlišči sode stopnje.

*Definicija.* ***Hamiltonova pot***v *G* je pot, ki vsebuje vsa vozlišča grafa *G*. ***Hamiltonov cikel*** v *G* je cikel, ki vsebuje vsa vozlišča grafa *G*. Graf *G* je ***Hamiltonov graf***, če vsebuje Hamiltonov cikel.

***Izrek***. Če v grafu *G* obstaja neprazna množica vozlišč *S*, tako da je *Omega(G-S) > |S|*, *G* ni Hamiltonov graf. Če v *G* obstaja množica vozlišč *S*, tako da je *Omega(G-S) > |S| +* 1, *G* nima Hamiltonove poti.

***Orejev izrek***. Naj bo *|V(G)| >=* 3*.* Če za vse različne nesosednje *u, v* iz *V(G)* velja: *d(u) + d(v) >= |V(G)|*, je *G* Hamiltonov graf.

***Diracov izrek***. Naj bo *|V(G)| >=* 3*.* Če je *delta(G) >= |V(G)|/*2, je *G* Hamiltonov graf.