

Kombinacije in permutacije s ponavljanjem, pravilo vključitev in izključitev

1. Sladoledar ima na voljo 8 različnih okusov sladoleda. Na koliko različnih načinov lahko sestavi sladoledno kupo iz 6 kepic?
2. Koliko je petmestnih števil, pri katerih so številke urejene nepadajoče? To pomeni, da štejemo števila n oblike

$$n = 10^4 \cdot a_4 + 10^3 \cdot a_3 + 10^2 \cdot a_2 + 10 \cdot a_1 + a_0,$$

kjer je $1 \leq a_4 \leq a_3 \leq a_2 \leq a_1 \leq a_0$.

3. Koliko različnih besed lahko sestavimo iz črk besede BANANA ?
4. Koliko je različnih poti od točke $(2, 1)$ do točke $(7, 4)$, če je pot sestavljena iz odsekov dolžine 1, ki gredo lahko od začetne točke le v desno ali navzgor? Koliko takšni poti gre skozi točko $(4, 3)$?
5. Na koliko načinov lahko razdelimo n različnih kroglic v enake škatle tako, da je v k_i škatlah natanko i kroglic za $i = 1, 2, \dots, n$? Pri tem je $\sum_{i=1}^n i \cdot k_i = n$.
6. Koliko je permutacij, ki imajo k_i ciklov dolžine i za $1 \leq i \leq n$? Pri tem je $\sum_{i=1}^n i \cdot k_i = n$.
7. Koliko števil med 1 in 1000 je deljivih vsaj z enim od števil 6, 7 ali 10?
8. Koliko je petmestnih števil, pri katerih je
 - (a) vsaj ena številka enaka 9?
 - (b) vsaj ena številka enaka 9 ali 8?
 - (c) vsaj ena številka enaka 9 in vsaj ena številka enaka 8?
9. Na koliko načinov lahko razporedimo črke J, A, Z, T, I in M v zaporedje, ki ne vsebuje niti podzaporedja JAZ niti podzaporedja TI ?
10. Na koliko načinov lahko n različnih predmetov razporedimo v 5 različnih škatel, tako da je vsaj ena škatla prazna.
11. Skozi puščavo potuje karavana devetih kamel. Na koliko načinov se lahko po počitku v oazi razmestijo tako, da nobena kamela ne hodi tik za kamelo, za katero je hodila pred postankom?
12. Koliko je kombinacij reda 10 iz elementov multimnožice $\{3a, 4b, 5c\}$? Torej, ponavljanje je dovoljeno, vendar a ponovimo največ trikrat, b ponovimo največ štirikrat in c ponovimo največ petkrat.