

Izbori, permutacije s ponavljanjem, pravilo vključitev in izključitev

1. Na koliko načinov lahko v vrsto postavimo 5 rdečih kroglic in 7 modrih kroglic?
2. Deset turistov in deset turistk si želi ogledati Blejski otok. Na koliko načinov si ga lahko ogledajo s 5 enakimi čolni, če morata v vsakem čolnu sedeti po dva moška in po dve ženski?
3. Domina je sestavljena iz dveh delov, na vsakem delu je lahko nekaj pik (od 1 do n), ali pa je prazen. V kompletu domin so vse možne različne domine.
 - (a) Koliko domin je v kompletu domin?
 - (b) Na koliko načinov lahko iz kompleta domin izberemo dve domini, da se bosta na enem delu ujemali?

Na obe vprašanji najprej odgovorite za splošen n in nato še izračunajte za $n = 6$.

4. Sladoledar ima na voljo 8 različnih okusov sladoleda. Na koliko različnih načinov lahko sestavi sladoledno kupo iz 6 kepic?
5. Koliko je petmestnih števil, pri katerih so števke urejene nepadajoče? To pomeni, da štejemo števila n oblike

$$n = 10^4 \cdot a_4 + 10^3 \cdot a_3 + 10^2 \cdot a_2 + 10 \cdot a_1 + a_0,$$

kjer je $1 \leq a_4 \leq a_3 \leq a_2 \leq a_1 \leq a_0$.

6. Koliko števil med 1 in 1000 je deljivih vsaj z enim od števil 6, 7 ali 10?
7. Koliko je petmestnih števil, pri katerih je
 - (a) vsaj ena števka enaka 9?
 - (b) vsaj ena števka enaka 9 ali 8?
 - (c) vsaj ena števka enaka 9 in vsaj ena števka enaka 8?
8. Koliko je kombinacij reda 10 iz elementov multimnožice $\{3a, 4b, 5c\}$? Torej, ponavljanje je dovoljeno, vendar a ponovimo največ trikrat, b ponovimo največ štirikrat in c ponovimo največ petkrat.
9. Koliko različnih besed lahko sestavimo iz črk besede BANANA?
10. Koliko je različnih poti od točke $(2, 1)$ do točke $(7, 4)$, če je pot sestavljena iz odsekov dolžine 1, ki gredo lahko od začetne točke le v desno ali navzgor? Kaj pa, če so dovoljeni še koraki dolžine $\sqrt{2}$ v smeri $(1, 1)$?
11. Koliko je cikličnih permutacij množice $\{1, 2, \dots, n\}$?
12. Koliko je permutacij reda 10 nad množico z 12 elementi?
13. Na koliko načinov lahko razdelimo n različnih kroglic v enake škatle tako, da je v k_i škatlah natanko i kroglic za $i = 1, 2, \dots, n$? Pri tem je $\sum_{i=1}^n i \cdot k_i = n$.