

## Stirlingova števila 2. vrste in Lahova števila

1. Pokažite naslednje enakosti s Stirlingovimi števili 2. vrste:

(a)  $S(n, 2) = 2^{n-1} - 1$  za  $n \geq 1$ ,

(b)  $S(n, n-1) = \binom{n}{2}$  za  $n \geq 1$ ,

(c)  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} S(k, m) = S(n+1, m+1)$ ,

(d)  $k!S(n, k) = \sum_{i=0}^k (-1)^i \binom{k}{i} (k-i)^n$ .

2. V kompletu imamo 6 barvic: modro, rumeno, rdečo, zeleno, rjavo, oranžno, vijolično. Na koliko načinov lahko s temi barvicami pobarvamo ploskve igralne kocke, če uporabimo natanko 3 barve? Opomba: pri igralni kocki ploskve ločimo med sabo - označene so s številkami od 1 do 6.

3. Na koliko načinov lahko pobarvamo zastavo, ki ima  $m$  navpičnih pasov z  $n$  različnimi barvami, če

(a) vsako barvo uporabimo vsaj enkrat?

(b) dva zaporedna pasova nimata iste barve?

(c) vsako barvo uporabimo vsaj enkrat in dva zaporedna pasova nimata iste barve?

4. Na koliko načinov si lahko nataknemo šest prstanov na tri prste leve roke (ne na palec)?

5. Na koliko načinov lahko na 4 police zložimo 24 različnih knjig, če nobena polica ne sme biti prazna? Kaj pa, če so lahko police tudi prazne? Knjige na vsaki polici zlagamo od levega proti desnemu robu.

6. (a) Na koliko načinov lahko razporedimo  $n$  vojakov in poveljnika vojske v  $m$  nepraznih čet (vrstni red čet ni pomemben, vrstni red v četi pa je) tako, da bo v četi, v kateri bo poveljnik vojske, poleg njega še  $k$  vojakov?

(b) Naj bosta  $m$  in  $n$  naravni števili in  $m \leq n$ . Izračunajte vsoto

$$\sum_{k=0}^{n-m} \binom{n}{k} L(n-k, m) \cdot (k+1)!.$$

7. Pokažite *Lahovo identiteto* (kombinatoričen dokaz)

$$x^{\overline{n}} = \sum_{k=1}^n L(n, k) x^k.$$