

## Porazdelitve

- V zgodnjih jutranjih urah pet pivcev ob pultu opazuje zadnjih dvanajst vrčkov piva. Na koliko načinov si lahko vrčke razdelijo, če
  - je v vsakem svoja vrsta piva?
  - je v vseh vrčkih je ista vrsta piva?
  - je v vsakem svoja vrsta piva in vsak pivec dobi vsaj en vrček piva?
  - je v vseh vrčkih je ista vrsta piva in vsak pivec dobi vsaj en vrček piva?
- Koliko je besed dolžine 13 nad abecedo s 25 črkami, če
  - vsaka beseda vsebuje vseh pet samoglasnikov,
  - se začne in konča s soglasnikom in
  - med dvema soglasnikoma je natanko en samoglasnik?
- Na koliko načinov lahko razdelimo 8 (enakih) jabolok v 4 različne škatle?
- Koliko je celoštevilskih rešitev enačbe  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 18$ , če za  $1 \leq i \leq 4$  velja
  - $x_i \geq 0$ ?
  - $x_i \geq 1$ ?
  - $0 \leq x_i \leq 7$ ?
  - $0 \leq x_1 \leq 7, -2 \leq x_2 \leq 2$  in  $2 \leq x_3, x_4 \leq 6$ ?
- Poiščite  $Par(8; 3)$  in  $p(8; 3)$ .
- Pokažite, da je  $p(2n, n) = p(n)$ . Bijekcijo ilustrirajte tudi na enem konkretnem primeru za  $n = 6$ .
- Bellovo število*  $B(n)$  šteje število razbitij  $n$  elementov v neprazne bloke.
  - Določite  $B(0), \dots, B(5)$ .
  - Pokažite, da za Bellova števila velja rekurzivna zveza

$$B(n) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} B(k) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} B(n-k).$$

- Na šahovnico trikotne oblike s stranico  $n$  želimo postaviti poljubno število trdnjav, ki se med seboj ne napadajo. Na koliko načinov lahko to storimo? Rezultat izrazite s pomočjo Bellovih števil.
- Koliko je idempotentnih funkcij  $f : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$ ?
- Koliko je permutacij iz množice  $S_9$ , ki imajo
  - natanko tri disjunkne cikle?
  - natanko tri disjunkne cikle dolžine tri?