

## Porazdelitve, rodovne funkcije

1. Imamo  $n$  različnih razglednic, vse hočemo poslati svojim  $k$  prijateljem.
  - (a) Na koliko načinov lahko to storimo?
  - (b) Kaj pa, če želimo vsakemu prijatelju poslati vsaj eno razglednico?
  - (c) Koliko je to, če imamo 7 razglednic in 5 prijateljev?
2. V kompletu imamo 6 barvic: modro, rumeno, rdečo, zeleno, rjavo, oranžno, vijolično. Na koliko načinov lahko s temi barvicami pobarvamo ploskve igralne kocke, če uporabimo natanko 3 barve? Opomba: pri igralni kocki ploskve ločimo med sabo - označene so s številkami od 1 do 6.
3. Na koliko načinov lahko na 4 police zložimo 24 različnih knjig? Knjige na vsaki polici zlagamo po vrsti, od levega proti desnemu robu.
4. Na koliko načinov lahko razdelimo 8 (enakih) jabolk v 4 različne škatle?
5. Koliko je celoštevilskih rešitev enačbe

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 18,$$

če za  $1 \leq i \leq 4$  velja

- (a)  $x_i \geq 0$ ?
  - (b)  $x_i \geq 1$ ?
  - (c)  $0 \leq x_i \leq 7$ ?
6. Zapišite rodovne funkcije za naslednja zaporedja:

- (a)  $1, 1, 1, 1, 1, \dots$ ,
- (b)  $1, 0, 0, 0, \dots$ ,
- (c)  $1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots$ ,
- (d)  $0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots$ ,
- (e)  $1, 2, 3, 3, 3, 3, \dots$ ,
- (f)  $1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, \dots$ ,
- (g)  $1, n, \binom{n}{2}, \binom{n}{3}, \dots, \binom{n}{n}$ .

7. Poišcite zaporedja, ki ustrezajo rodovnim funkcijam:

- (a)  $(2x - 3)^3$ ,
- (b)  $\frac{1}{x - 3}$ ,
- (c)  $\frac{2x^3 - 5x^2 - 2x + 7}{2 - 3x + x^2}$ ,

8. Naj bo  $A(x)$  rodovna funkcija zaporedja  $(a_n)$ . Poiščite rodovne funkcije za zaporedja  $(p_n)$ ,  $(q_n)$  in  $(r_n)$ , ki so definirana takole:

- (a)  $p_n = 2a_n$ ,
- (b)  $q_n = a_n + 2$ ,
- (c)  $r_n = a_{n+2}$ .

9. S pomočjo rodovnih funkcij rešite rekurzivno enačbo

$$a_{n+1} - 2a_n = 4^n \quad (n \geq 0),$$

kjer je  $a_0 = 1$ .

10. S pomočjo rodovnih funkcij rešite sistem rekurzivnih enačb

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= -2a_n - 4b_n \\ b_{n+1} &= 4a_n + 6b_n \end{aligned}$$

za  $n \geq 0$ , kjer je  $a_0 = 1$  in  $b_0 = 0$ .