

Rekurzivne enačbe

1. Poiščite vse rešitve linearne rekurzivne enačbe

$$a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0,$$

ki zadoščajo začetnim pogojem $a_0 = 1$ in $a_1 = 3$.

2. Koliko nizov dolžine n , sestavljenih iz znakov 0, 1, 2, ne vsebuje
 - (a) dveh enakih zaporednih znakov?
 - (b) podniza 00?
3. Koliko je nizov dolžine n , sestavljenih iz znakov 0, 1, 2, ki se ne začnejo z 1 ali 2 in ne vsebujejo podniza 00? Nasvet: naloga je podobna kot prejšnja, vendar bodite pozorni, od katerega člena naprej velja rekurzivna zveza.
4. Naj bo $A = \{0, 01, 011, 111\}$ in a_n število nizov dolžine n iz A^* (nizi dolžine n , ki jih dobimo tako, da zlagamo skupaj nize iz A). Zapišite rekurzivno enačbo za a_n , $n \geq 1$, in jo rešite.
5. Naj bo a_n število načinov, na katere lahko v konveksen $(n+2)$ -kotnik narišemo $n-1$ diagonal, ki se med sabo ne sekajo (s tem $(n+2)$ -kotnik *trianguliramo*). Pokažite, da je a_n enak n -temu Catalanovemu številu za $n \geq 1$.