

### Vaje iz diskretne matematike 13. aprila 2011

1. Za naravni števili  $n$  in  $k$  izračunaj vsoto

$$\frac{1}{n!} \sum_{g \in S_n} k^{c(g)},$$

kjer je  $c(g)$  število ciklov permutacije  $g$ .

2. Na razpolago imamo neomejeno število rdečih in zelenih kroglic. Koliko različnih ogrlic iz desetih izmed teh kroglic lahko sestavimo, če ne ločimo med zavrtenimi in prezrcaljenimi ogrlicami?
3. (Kolokvij 2009)
- (a) Naj bo  $n$  naravno število in  $p$  praštevilo. Na razpolago imamo neomejeno število kroglic  $m$  različnih barv. Koliko orglic iz  $p$  kroglic lahko sestavimo, če ne ločimo med zavrtenimi ogrlicami, ločimo pa med prezrcaljenimi ogrlicami?
- (b) S pomočjo prejšnje točke dokaži Mali Fermatov izrek:  $n^p \equiv n \pmod{p}$ .
4. (Kolokvij 2010) Kvadrat razdelimo na mrežo velikosti  $4 \times 4$  in pobarvamo polja z belo in črno barvo. Na koliko načinov mrežo lahko pobarvamo, če ne ločimo med zavrtenimi barvanji?
5. (Izpit 2010) Na koliko neekvivalentnih načinov lahko pobarvamo ploskve pravilne 4-strane piramide z rdečo, belo, modro in zeleno barvo, če imamo piramidi za ekvivalentni, kadar lahko spremenimo eno v drugo zgolj z rotacijo?
6. Na koliko načinov lahko pobarvamo ploskve kocke s 3 barvami? Kaj pa oglišča?