

2. izpit iz DISKRETNE MATEMATIKE 2

3. julij 2013

Priimek in ime: _____

Vpisna št.: _____ Vrsta: _____ Kolona: _____

1. S $\tau(n)$ označimo število deliteljev naravnega števila n . Pokažite, da velja

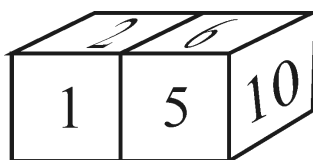
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tau(n)^2}{n^s} = \frac{\zeta(s)^4}{\zeta(2s)}.$$

2. Označimo z a_n število razporeditev n različnih knjig v knjižno omaro s štirimi policami, kjer gre na vsako polico največ 20 knjig; vrsti red knjig na polici je pomemben, kakšna polica pa je lahko tudi prazna.

- (a) Poiščite eksponentno rodovno funkcijo za zaporedje (a_n) .
(b) S pomočjo eksponentne rodovne funkcije izračunajte še a_8 .

3. Dve kocki zlepimo skupaj v blok, kot je prikazano na sliki spodaj. Na blok deluje grupa G simetrij bloka v prostoru (rotacije).

- (a) Poiščite orbite ploskev in stabilizator ploskve 1 pri delovanju grupe G na blok. Izračunajte moč grupe G .
(b) S pomočjo cikličnega indeksa grupe G nato poiščite število neekvivalentnih barvanj ploskev bloka z dvema barvama.
(c) Vsako od ploskev označimo s puščico (ki lahko kaže v štiri možne smeri). Na koliko neekvivalentnih načinov lahko to storimo? Nasvet: Burnsidova lema.



4. Za graf G je $\kappa(G)$ največje naravno število k , za katerega je graf G k -povezan in $\kappa'(G)$ je največje naravno število k , za katerega je graf G k -povezan po povezavah. Naj bo G kubičen graf. Pokažite, da potem velja $\kappa(G) = \kappa'(G)$.

*Vse naloge je treba ustrezno utemeljiti, samo odgovori ne štejejo nič.
Vseeno pa ne pozabite napisati odgovorov!*