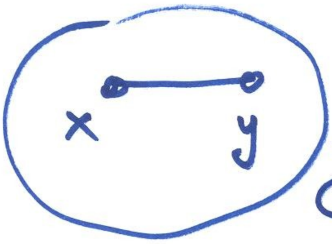
KOTZIG Thm

$\forall$ 3-povezan ravn. graf ima lahko povezavo



– $d(x)+d(y) \leq 13 \Leftrightarrow w(e) \leq 13$

Če je $\delta(G) \geq 4 \Rightarrow w(e) \leq 11$

(a,b) - povezava

$d(x) = a$

$d(y) = b$

JENDROL:

$\forall$ 3-povezan ravninski graf

ima povezavo ~~TAKIM POV. rečemo LAHKE~~

(1) $(3,a)$-povez. $a \in \{3,\ldots,10\}$ **ALI**

(2) $(4,b)$-povez. $b \in \{4,\ldots,7\}$ **ALI**

$\delta \geq 4$ (3) $(5,c)$-povez. $c \in \{5,6\}$

JENDROL $\Rightarrow$ Kotzig

(1) $\exists$ $(3,a)$-povez $\Rightarrow$ ta povezava

ima utež $3+a \leq 13$

(2) $\exists$ $(4,b)$-povez $\Rightarrow$ povezava

ima utež $4+b \leq M$

(3) $\exists$ $(5,c)$-povezava $\Rightarrow$ ~~5+6~~ povezava

je težka $5+c \leq M$

③

Dokaz Jendrolevga Izreka:

Protislovjem. G - protiprimer z maksimalno število povezov.

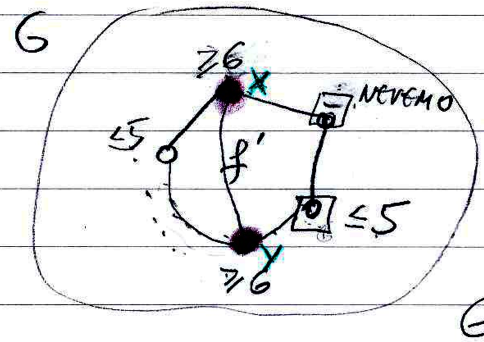
n – št. točk G

m – št. povezav G

f – št. lic v G

G nima "lahko" povezavo

TRDITEV G je triangulacija



Opazimo, da f' ima dve nesosednji točki stopnje ≥ 6. Naj sta to točki x in y

$G' = G + xy$

xy ni lahka v $G' \Rightarrow G'$ je tudi protiprimer, ki ima več povezov kot G. $\rightarrow\leftarrow$

$$\text{E. formula: } V - e + f = 2 \qquad (*)$$

4

Ker je G triangulacija $3 \cdot f = 2 \cdot e$ t.j. $f = \frac{2}{3} e$

Iz (*) sledi

$$V - e + \frac{2}{3} e = 2 \qquad / \cdot 6$$

$$6V - 2e = 12 \qquad 2e = \sum_{x \in V(G)} d(x)$$

$$6V - \sum_{x \in V(G)} d(x) = 12$$

$$\sum_{x \in V(G)} (6 - d(x)) = 12 \qquad / -1$$

$$\Leftrightarrow \sum_{x \in V(G)} (d(x) - 6) = -12 \qquad \text{E. formula}$$

→ **Uporabimo Discharging Metodo**

$$\forall x: ch(x) = d(x) - 6$$

nekatere točke imajo negativen, drugi pa ne-negativen naboj.

SKUPNI NABOJ JE -12 oz. negativen

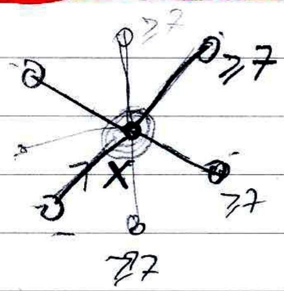
RULE Če je $e = uv$ povezava v G tako, da velja $d(u) \geq 7$ in $d(v) \leq 5$. Potem točka u pošlje $\frac{6-d(v)}{d(v)}$ naboj točki v.

$d(v)$	$ch(v)$
3	-3
4	-2
5	-1
6	0
7	1
8	2
9	3
10	4
11	5
⋮	

Naj bo $ch^*(x)$ končni naboj točke x. Ločimo nekaj možnosti:

CASE: $d(x) \in \{3,4,5,6\}$

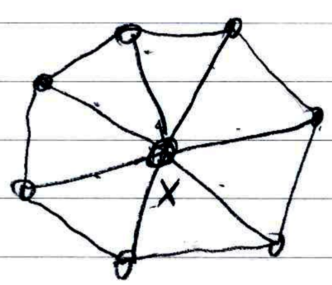
začetni naboj je $ch(x) = d(x) - 6$



$$ch^*(x) = ch(x) + d(x) \times \frac{6-d(x)}{d(x)} =$$

$$= d(x) - 6 + 6 - d(x) = 0$$

CASE: $d(x) \geq 7$



X pošlje naboj največ $\left\lfloor \frac{d(x)}{2} \right\rfloor$ točkam (ker je G triangulacija) pošiljamo $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}$

6

<u>subcases</u>: $d(x) = 7$ x pošilja samo točkam stopnje 5

$$ch^*(x) = ch(x) - \frac{1}{5} \cdot \left\lfloor \frac{7}{2} \right\rfloor$$

$$= 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} > 0$$

<u>subcase</u>: $d(x) = 8, 9,$ ali 10

x pošilja točkam stopnje 4 ali 5

$$ch^*(x) = ch(x) - \frac{1}{2}\left\lfloor \frac{d(x)}{2} \right\rfloor$$

$$= d(x) - 6 - \frac{1}{2}\left\lfloor \frac{d(x)}{2} \right\rfloor$$

$$\geq d(x) - 6 - \frac{d(x)}{4} =$$

$$= \frac{3}{4} d(x) - 6 \geq 0$$

$x = \left\lceil \frac{x}{2} \right\rceil + \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor$

<u>subcase</u>: $d(x) \geq 11$

$$ch^*(x) = d(x) - 6 - 1 \cdot \left\lfloor \frac{d(x)}{2} \right\rfloor$$

$$= \left\lceil \frac{d(x)}{2} \right\rceil - 6 \geq 0$$

SKLEPAMO, da je končni naboj pri vsaki točki ne-negativen $\longrightarrow\longleftarrow$