Hallov izrek in Schnyderjev izrek

1. Matrika $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ je *dvojno stohastična*, če velja

   - $a_{ij} \geq 0$ za $i, j = 1, \ldots, n$,
   - $\displaystyle\sum_{i=1}^n a_{ij} = 1$ za $j = 1, \ldots, n$ in
   - $\displaystyle\sum_{j=1}^n a_{ij} = 1$ za $i = 1, \ldots, n$.

   Pokažite, da je vsaka dvojno stohastična matrika konveksna kombinacija permutacijskih matrik.

2. Pokažite naslednji izrek.

   Izrek. (Erdös-Ko-Rado) Naj bo $\mathcal{A} = \{A_1, \ldots, A_m\}$ družina različnih podmnožic množice $\{1, \ldots, n\}$ moči $k \leq n/2$ z lastnostjo, da imata poljubni dve množici iz $\mathcal{A}$ neprazen presek. Potem velja
   $$m \leq \binom{n-1}{k-1}.$$

3. Pokažite naslednjo posplošitev izreka Erdös-Ko-Rado.

   Izrek. Naj bo $\mathcal{A} = \{A_1, \ldots, A_m\}$ družina različnih podmnožic množice $\{1, \ldots, n\}$, za katere velja $A_i \not\subseteq A_j$ in $A_i \cap A_j \neq \emptyset$ za $i \neq j$. Naj velja še $|A_i| \leq k \leq n/2$ za vse i. Potem velja
   $$m \leq \binom{n-1}{k-1}.$$

4. Poiščite Schnyderjevo označitev triangulacije iz spodnje slike.