

## Metrična teorija grafov

1. Pokažite, da graf  $G$  z minimalno stopnjo  $\delta(G) \geq 2$  vsebuje pot dolžine  $\delta(G)$  in cikel dolžine vsaj  $\delta(G) + 1$ .
2. Pokažite, da povezan graf  $G$  vsebuje pot dolžine vsaj  $\min\{2\delta(G), |V(G)| - 1\}$ .
3. Poiščite razdaljno particijo Petersenovega grafa
  - (a) glede na eno vozlišče;
  - (b) glede na dve vozlišči.

4. Naj bo  $G$  graf z maksimalno stopnjo  $\Delta(G) \leq d$ ,  $d \geq 3$ , in radijem  $\text{rad}(G) \leq k$ . Pokažite, da ima  $G$  največ

$$\frac{d}{d-2}(d-1)^k$$

vozlišč.

5. Označimo

$$n_0(d, g) = \begin{cases} 1 + d \sum_{i=0}^{r-1} (d-1)^i; & g = 2r + 1, \\ 2 \sum_{i=0}^{r-1} (d-1)^i; & g = 2r + 2. \end{cases}$$

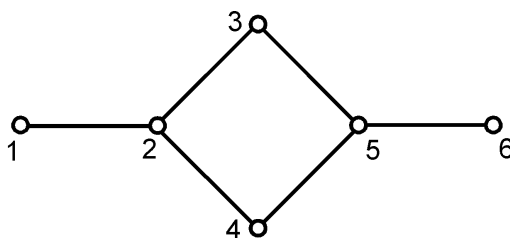
Naj bo  $G$  graf z minimalno stopnjo  $d = \delta(G)$  in ožino  $g$ . Pokažite, da potem velja

$$|V(G)| \geq n_0(d, g).$$

6. Naj bo  $G$  graf z minimalno stopnjo vsaj 3 in ožino  $g$ . Pokažite, da velja

$$g < 2 \log_2 |V(G)|.$$

7. Koliko povezav in trikotnikov ima graf iz spodnje slike? Koliko je sprehodov dolžine 4 med točko 1 in točko  $v$ ,  $v \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ? Sprehode preštejte na roko in njihova števila primerjajte z ustreznimi elementi ustreznih potenc matrike sosednosti grafa.



8. Naj bo  $G$  graf s premerom  $d$  in  $m$  število različnih lastnih vrednosti matrike sosednosti grafa  $G$ . Pokažite, da velja  $d \leq m - 1$ .