Diskretna matematika 2 - vaje 4, 22. marec 2012

Načrti

1. Za katere od spodnjih parametrov obstaja načrt s takšnimi parametri? Utemeljite, zakaj ne obstaja, oziroma ga konstruirajte.
   (a) $(6, 3, 1)$
   (b) $(5, 2, 1)$
   (c) $(7, 3, 3)$
2. Naj bo $\mathcal{B}$ načrt s parametri (v, k, λ) nad množico X in $\mathcal{B}' = \{X \backslash B;\ B \in \mathcal{B}\}$ komplementi množic iz $\mathcal{B}$. Pokažite, da je tudi $\mathcal{B}'$ načrt in poiščite njegove parametre.
3. Naj bo $X = E(K_5)$, v množici blokov $\mathcal{B}$ pa naj bodo vse množice povezav moči štiri naslednjih tipov $A : \{uv, uw, uz, ux\}$, $B : \{uv, vw, uw, zx\}$ in $C : \{uv, vw, wz, uz\}$. Na predavanjih ste pokazali, da je $\mathcal{B}$ načrt s parametri $(10, 4, 12)$. Pokažite, da je $\mathcal{B}$ tudi 2-načrt s parametri $(10, 4, 4)$ in 3-načrt s parametri $(10, 4, 1)$.
4. Naj bo $X = \{0, 1\}^n \backslash \{0\}^n$ množica vseh 0/1 zaporedij dolžine n brez zaporedja iz samih ničel. Za $u, v \in X$ definiramo $u + v \in \{0, 1\}^n$ takole:
   $$(u + v)_i = u_i + v_i \pmod 2.$$
   Pokažite, da je $\mathcal{B} = \{\{u, v, u + v\};\ u, v \in X, u \neq v\}$ potem 2-načrt s parametri $(2^n - 1, 3, 1)$. Koliko blokov ima tak načrt za $n = 3, 4$? Zapišite množico blokov za $n = 3$.
5. *Steinerjev trojček* je 2-načrt s parametri $(v, 3, 1)$. Pokažite, da Steinerjev trojček lahko obstaja le v primeru, ko je $v \equiv 1 \pmod 6$ ali $v \equiv 3 \pmod 6$.
6. (Presek, letnik 28 (2000/2001), številka 5, strani 264-268) Na predsedniških volitvah v Sloveniji leta 1997 je bilo 8 kandidatov. TV se je odločila, da v osmih oddajah predstavi 8 kandidatov tako, da v vsaki oddaji nastopijo po trije kandidati in vsak kandidat pride trikrat na vrsto. Pripravili so razpored, pri katerem sta se dva kandidata srečala po dvakrat.
   (a) Ali se da sestaviti razpored, pri katerem se vsak par kandidatov sreča največ enkrat? Če se to da, ga sestavite.
   (b) Ali se da sestaviti razpored, pri katerem se vsak par kandidatov sreča natanko enkrat? Če se ne da, ali lahko to dosežemo z drugim številom oddaj, pri katerem se v vsaki oddaji sreča enako število kandidatov, ki je lahko večje ali manjše od 3?
7. Kirkmanov problem šolark (1850). Petnajst šolark se sprehaja vsak dan v tednu v petih vrstah, po tri v vrsti. Njihove sprehode je treba organizirati tako, da nobeni dve ne bosta hodili v isti vrsti več kot enkrat. Predstavite problem v jeziku t-načrtov. Doma tudi sestavite ustrezno razporeditev.