

Načrti, ciklične konstrukcije načtov

1. Katere od spodnjih množic so množice razlik?

(a) $\{2, 3, 5, 11\}$ v \mathbb{Z}_{13} ,

(b) $\{0, 1, 3, 9\}$ v \mathbb{Z}_{13} ,

(c) $\{0, 1, 3, 5\}$ v \mathbb{Z}_{13} ,

(d) $\{0, 3, 4, 9, 17, 24\}$ v \mathbb{Z}_{29} .

2. Za katere x bo množica $\{1, 5, 24, 25, 27, x\}$ množica razlik v \mathbb{Z}_{31} ?

3. Za katere k , $2 \leq k \leq 5$, obstaja množica razlik moči k v \mathbb{Z}_7 ?

4. Pokažite naslednjo trditev.

Če je S množica razlik v \mathbb{Z}_m , potem je tudi $\mathbb{Z}_m - S$ množica razlik v \mathbb{Z}_m .

Poiščite tudi parametre ustreznega 2-načrta.

5. Konstruirajte 2-načrt s parametri $(7, 4, 2)$.

6. *Hadamardova matrika* reda n je matrika H dimenzije $n \times n$, pri kateri so vsi elementi enaki 1 ali -1 in velja $HH^T = nI$.

Dve Hadamardovi matriki sta *ekvivalentni*, če lahko eno dobimo iz druge s permutacijo vrstic/stolpcev oziroma nekatere vrstice/stolpce pomnožimo z -1 . Vsaka Hadamardova matrika je ekvivalentna Hadamardovi matriki, pri kateri so v prvi vrstici in prvem stolpcu same enke. Takšna matrika je v *normalizirani obliki*.

Naj bo H Hadamardova matrika reda $4n$ v normalizirani obliki.

(a) Matriki H odstanimo prvo vrstico in prvi stolpec. Dobljeno matriko označimo s H' . Množico X naj sestavljajo vrstice matrike H' , bloki \mathcal{B} pa naj ustrezajo stolpcem matrike H' : vrstica i je v bloku j , če je $h_{ij} = 1$. Pokažite, da je \mathcal{B} 2-načrt s parametri $(4n - 1, 2n - 1, n - 1)$.

(b) Matriki H odstanimo prvo vrstico. Dobljeno matriko označimo s H'' . Množico X naj sestavljajo stolpci matrike H'' , vsaka vrstica i matrike H'' pa ustreza dvema blokoma \mathcal{B} : v enem so stolpci, ki imajo na mestu i vrednost 1, v drugem pa tisti, ki imajo na mestu i vrednost -1 . Pokažite, da je \mathcal{B} 3-načrt s parametri $(4n, 2n, n - 1)$.

7. Naj za 2-načrt s parametri (v, k, λ_2) velja $b = v$. Pokažite, da je $k - \lambda_2$ popoln kvadrat, če je v sodo število.