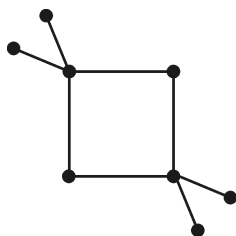


## Delovanja grup, Burnsidova lema

1. Poiščite grupo avtomorfizmov grafa  $G$  iz spodnje slike, ki deluje na vozlišča. Nalogo rešite v več korakih (čisto vse ni potrebno za rešitev naloge).
  - (a) Določite orbite vseh vozlišč pri delovanju te grupe na množico točk grafa  $G$ .
  - (b) Določite stabilizator enega od vozlišč (z veliko orbito).
  - (b) Izračunajte moč grupe avtomorfizmov grafa  $G$ .
  - (c) Poiščite grupo avtomorfizmov grafa  $G$ .



2. Določite velikost grupe avtomorfizmov grafa kocke, ki deluje na vozlišča. Nasvet: določite velikost orbite in stabilizatorja za enega od vozlišč.
3. Določite grupo rotacij pravilnega 6–kotnika v ravnini (ki deluje na ogliščih 6–kotnika).
4. Koliko je različnih ogrlic iz treh rdečih in treh modrih kroglic? Ogrlico v prostoru lahko zasukamo in/ali obrnemo.
5. Koliko je različnih šahovnic velikosti  $3 \times 4$ , če dve polji pobarvamo z rdečo barvo, ostala polja pa z modro barvo? Kaj pa, če z rdečo barvo pobarvamo štiri polja? Opomba: na zadnji strani je šahovnica siva; šahovnico lahko torej zasukamo za 180 stopinj, ne moremo pa je obrniti.
6. *Roko* pri varianti pokra Texas hold'em sestavljata dve karti. Vsaka karta je določena z barvo (4 barve; označimo jih z  $a, b, c, d$ ) in vrednostjo (13 vrednosti, označimo jih s števili od 1 do 13).

Dve roki sta *ekvivalentni*, če dobimo eno iz druge s permutacijo barv. Na množici rok torej deluje grupa  $S_4$ .

  - (a) Naj bo  $g = (a, b, c)(d)$  in  $x = \{(a, 10), (c, 8)\}$ . Poiščite  $g(x)$ .
  - (b) Poiščite orbito in stabilizator elementa  $y = \{(a, 10), (a, 9)\}$ .
  - (c) Izračunajte velikost orbite za  $z = \{(a, 10), (b, 9)\}$ .
  - (d) Poiščite množico fiksnih točk za permutaciji  $g_1 = (a, b)(c)(d)$  in  $g_2 = (a, b)(c, d)$ .
  - (e) S pomočjo Burnsidove leme izračunajte število neekvivalentnih rok, to je število orbit pri delovanju grupe  $S_4$  na množici rok.

Opomba: to se sicer da izračunati hitreje s pomočjo osnovnih pravil preštevanja.