

## Povezanost grafov

- Naj bo  $G$  enostaven graf. Z  $\delta(G)$ ,  $\Delta(G)$  in  $d(G)$  označimo minimalno, maksimalno oziroma povprečno stopnjo grafa  $G$ . Pokažite, da velja

$$\delta(G) \leq d(G) \leq \Delta(G).$$

- Naj bo  $G$  graf, ki ima vsaj dve točki. Dokažite ali ovržite.
    - Če izbrišemo točko stopnje  $\Delta(G)$ , se povprečna stopnja ne more povečati.
    - Če izbrišemo točko stopnje  $\delta(G)$ , se povprečna stopnja ne more zmanjšati.
  - (S. Klavžar, Presek, letnik 26, številka 2, strani 72-78) V cirkuški predstavi nastopajo 4 pari klovnov: 2 rdeča, 2 modra, 2 zelena in 2 rumena. Med predstavo se zaletavajo med seboj, a nikoli se ne zaletita dva klovna iste barve. Nekega dne je prvi rdeči klov vprašal ostalih 7, v koliko drugih klovnov so se zaleteli. Dobil je same različne odgovore. V koliko klovnov se je med predstavo zaletel drugi rdeči klov?
- Nalogo zapišite v jeziku teorije grafov in rešite.
- Naj bo  $G$  kubičen graf. Pokažite, da potem velja  $\kappa(G) = \kappa'(G)$ .
  - Pokažite, da je povezanost po točkah hiperkocke  $Q_k$  enaka  $k$ .
  - Pokažite, da ima  $k$ -povezan graf na  $k$  točkah vsaj  $\lceil kn/2 \rceil$  povezav.
  - Naj bosta  $k$  in  $n$  naravni števili,  $k < n$  in  $k$  sodo število. *Hararyjev graf*  $H_{k,n}$  ima  $n$  točk. Točke razporedimo enakomerno na krožico in vsako povežemo s  $k$  najbližnjimi točkami. Pokažite, da velja  $\kappa(H_{k,n}) = k$ .
  - (Domača naloga) Poiščite graf  $G$ , za katerega velja

$$\kappa(G) < \kappa'(G) < \delta(G).$$