

Ravninski grafi

1. V Petersenovem grafu poiščite
 - (a) subdivizijo $K_{3,3}$ ali K_5 ,
 - (b) minor $K_{3,3}$ ali K_5 .
2. Naj bo e poljubna povezava grafa K_5 . Pokažite, da je $K_5 - e$ minor grafa $P_4 \square P_5$.
3. Poiščite konveksno vložitev grafa $C_n \square P_m$ v ravnino.

4. Pokažite naslednji izrek.

Izrek. (Tutte) Graf G je 3-povezan natanko tedaj, ko obstaja zaporedje

$$K_4 = G_0, G_1, \dots, G_k = G$$

z lastnostjo, da ima G_{i+1} povezavo xy za katero velja $d(x), d(y) \geq 3$ in $G_i = G_{i+1}/xy$.

5. Naj bo G povezan graf z n vozlišči, m povezavami in ožino g . Če je G ravninski, potem velja

$$m \leq \frac{g}{g-2}(n-2).$$

6. S pomočjo prejšnje naloge pokažite, da Petersenov graf ni ravninski.
7. Grafi Platonskih teles. Poiščite vse regularne grafe stopnje $p \geq 3$, ki imajo vložitev v ravnino, pri kateri imajo vsa lica enako število povezav $q \geq 3$ na robu.