

## Ravninski grafi

1. Poiščite prekrizna števila grafov  $K_5$ ,  $K_{2,3,3}$  in Petersenovega grafa.
2. Naj bo  $G$  graf z  $n$  vozlišči,  $m$  povezavami in prekriznim številom  $c$ . Pokažite, da velja

$$c \geq m - 3n + 6.$$

Nasvet: na križišča v primerni ravninski risbi grafa  $G$  dodajte navidezna vozlišča.

3. Naj bo  $G$  ravninski graf, narisani v ravnino tako, da se njegove povezave ne sekajo. Koliko najmanj in koliko največ licem lahko pripada
  - (a) povezava,
  - (b) vozlišče stopnje  $d = 4$ ?

Narišite ustrezen graf za vsak primer posebej.

4. Pokažite, da je graf  $G$  2-povezan natanko tedaj, ko ga dobimo iz cikla v nekaj korakih tako, da na vsakem koraku prilepimo pot na že konstruirani graf.
5. Naj bo 2-povezan ravninski graf  $G$  narisani v ravnino tako, da se nobeni dve povezavi ne sekata. Pokažite, da je zaporedje povezav na robu vsakega lica grafa  $G$  cikel.
6. Graf je *zunanje ravninski*, če ga v ravnino lahko narišemo tako, da se nobeni dve povezavi ne sekata (je ravninski) in so pri tem vse točke na robu zunanjega lica. Naj bo  $G$  zunanje ravninski graf z  $n$  vozlišči in  $m$  povezavami. Pokažite, da potem velja

$$m \leq 2n - 3.$$