

## Načrti

1. Za katere od spodnjih parametrov obstaja načrt s takšnimi parametri? Utemeljite, zakaj ne obstaja, oziroma ga konstruirajte.
  - (a)  $(6, 3, 1)$
  - (b)  $(5, 2, 1)$
  - (c)  $(9, 3, 3)$
2. Naj bo  $\mathcal{B}$  načrt s parametri  $(v, k, \lambda)$  nad množico  $X$  in  $\mathcal{B}' = \{X \setminus B; B \in \mathcal{B}\}$  komplementi množic iz  $\mathcal{B}$ . Pokažite, da je tudi  $\mathcal{B}'$  načrt in poiščite njegove parametre.
3. Naj bo  $X = E(K_5)$ , v množici blokov  $\mathcal{B}$  pa naj bodo vse množice povezav moči štiri naslednjih tipov  $A : \{uv, uw, uz, ux\}$ ,  $B : \{uv, vw, uw, zx\}$  in  $C : \{uv, vw, wz, uz\}$ . Na predavanjih ste pokazali, da je  $\mathcal{B}$  načrt s parametri  $(10, 4, 12)$ . Pokažite, da je  $\mathcal{B}$  tudi 2-načrt s parametri  $(10, 4, 4)$  in 3-načrt s parametri  $(10, 4, 1)$ .
4. Naj bo  $X = \{0, 1\}^n \setminus \{0\}^n$  množica vseh 0/1 zaporedij dolžine  $n$  brez zaporedja iz samih ničel. Za  $u, v \in X$  definiramo  $u + v \in \{0, 1\}^n$  takole:

$$(u + v)_i = u_i + v_i \pmod{2}.$$

Pokažite, da je  $\mathcal{B} = \{\{u, v, u + v\}; u, v \in X, u \neq v\}$  potem 2-načrt s parametri  $(2^n - 1, 3, 1)$ . Koliko blokov ima tak načrt za  $n = 3, 4$ ? Zapišite množico blokov za  $n = 3$ .

5. *Hadamardova matrika* reda  $n$  je matrika  $H$  dimenzije  $n \times n$ , pri kateri so vsi elementi enaki 1 ali  $-1$  in velja  $HH^T = nI$ .

Dve Hadamardovi matriki sta *ekvivalentni*, če lahko eno dobimo iz druge s permutacijo vrstic/stolpcev oziroma nekatere vrstice/stolpce pomnožimo z  $-1$ . Vsaka Hadamardova matrika je ekvivalentna Hadamardovi matriki, pri kateri so v prvi vrstici in prvem stolpcu same enke. Takšna matrika je v *normalizirani obliki*.

Naj bo  $H$  Hadamardova matrika reda  $4n$  v normalizirani obliki.

- (a) Matriki  $H$  odstanimo prvo vrstico in prvi stolpec. Dobljeno matriko označimo s  $H'$ . Množico  $X$  naj sestavljajo vrstice matrike  $H'$ , bloki  $\mathcal{B}$  pa naj ustrezajo stolpcem matrike  $H'$ : vrstica  $i$  je v bloku  $j$ , če je  $h_{ij} = 1$ . Pokažite, da je  $\mathcal{B}$  2-načrt s parametri  $(4n - 1, 2n - 1, n - 1)$ .
- (b) Matriki  $H$  odstanimo prvo vrstico. Dobljeno matriko označimo s  $H''$ . Množico  $X$  naj sestavljajo stolpci matrike  $H''$ , vsaka vrstica  $i$  matrike  $H''$  pa ustreza dvema blokoma  $\mathcal{B}$ : v enem so stolpci, ki imajo na mestu  $i$  vrednost 1, v drugem pa tisti, ki imajo na mestu  $i$  vrednost  $-1$ . Pokažite, da je  $\mathcal{B}$  3-načrt s parametri  $(4n, 2n, n - 1)$ .