Logika in množice: 2. poskusni izpit

Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

1. naloga

Za naravno število $n \in \mathbb{N}$ definirajmo $[n] = \{1, 2, \ldots, n\}$. Za vsako od naslednjih množic ugotovite, ali je končna, števno neskončna ali neštevna.

a) $[2] + [3]$

b) $[2] \times [3]$

c) $[3] + \mathbb{N}$

d) $[2] \times \mathbb{N}$

e) $[3] \times \mathbb{N}$

f) $\mathbb{N}^{[3]}$

g) $[2]^{\mathbb{N}}$

h) $[3]^{\mathbb{N}}$

2. naloga

a) Pojasnite matematični pomen izjave

$$\forall\, k \in \mathbb{N} \,.\, \neg \exists\, m \in \mathbb{N} \,.\, 2km = n \;,$$

pri čemer je n naravno število.

b) Izjavo *"vsi delitelji števila n so soda števila"* zapišite v simbolni obliki.

3. naloga

Dana je funkcija $f : A \to B$. Na množici A definiramo ekvivalenčno relacijo $R \subseteq A \times A$ s predpisom

$$x \; R \; y \iff f(x) = f(y).$$

Dokažite, da velja $|A/R| \leq |B|$.

4. naloga

Dani sta množici A in B ter preslikava $e : A \to B^A$. Dokažite: če je e surjektivna, ima vsaka preslikava $f : B \to B$ negibno točko.[1]

[1] Pravimo, da je x negibna točka preslikave f, če velja $f(x) = x$.