

Logika in množice: 4. poskusni izpit

Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

1. naloga

a) Pojasnite matematični pomen izjave

$$\forall y \in \mathbb{R}. (a \leq y \wedge y \leq b \Rightarrow \exists x \in \mathbb{R}. f(x) = y) ,$$

kjer je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $a, b \in \mathbb{R}$ in $a < b$.

b) Izjavo "Slika funkcije f ne seka intervala $[a, b]$." zapišite v simbolni obliki.

2. naloga

Na množici \mathbb{R} je dana relacija $S \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, definirana s predpisom

$$x S y \iff x - y \in \mathbb{Q}.$$

Z besedami: x in y sta v relaciji S , če je $x - y$ racionalno število.

Ugotovite, katere od naslednjih lastnosti ima S :

- a) refleksivnost
- b) irefleksivnost
- c) simetričnost
- d) antisimetričnost
- e) tranzitivnost

3. naloga

Na potenčni množici realnih števil $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ definiramo relacijo \sqsubseteq s predpisom

$$A \sqsubseteq B \iff (\forall x \in A. \exists y \in B. x \leq y) \wedge (\forall y \in B. \exists x \in A. x \leq y).$$

- a) Ali je \sqsubseteq refleksivna relacija?
- b) Ali je \sqsubseteq tranzitivna relacija?
- c) Ali je \sqsubseteq antisimetrična relacija?

4. naloga

- a) Ali je množica $S = \{f \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \mid \forall n \in \mathbb{N}. f(n) \leq f(n+1)\}$ števna?
- b) Ali je množica $T = \{f \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \mid \forall n \in \mathbb{N}. f(n) \geq f(n+1)\}$ števna?