Predikatni račun

Ugotovili smo, da izjavni račun ne zadošča za analizo pravilnega sklepanja in dokazovanja. Zato razširimo formalni jezik s simboli za individualne spremenljivke, individualne konstante, predikate, funkcijske simbole in kvantifikatorje. Tako dobimo *jezik predikatnega računa*. Ogledali smo si, kako prevajamo izjave iz naravnega jezika v jezik predikatnega računa.

8. 11. 2013

Našteli smo ***simbole***, ki jih uporabljamo v predikatnem računu (to so: individualne konstante, individualne spremenljivke, predikati, funkcijski simboli, izjavni vezniki, simbola kvantifikacije in ločila), ter induktivno definirali ***terme*** in ***izjavne formule***.

Dogovorili smo se, da kvantifikatorji vežejo močneje od izjavnih veznikov. Definirali smo *zaprte terme*, *vezane* in *proste* nastope individualnih spremenljivk v izjavni formuli ter ***zaprte izjavne formule***. Končno smo definirali še substitucijo - zamenjavo vseh prostih nastopov individualne spremenljivke x v izjavni formuli $\phi(x)$ s termom t; dobljeno formulo označimo s $\phi(t)$.

Interpretacijo neke množice izjavnih formul F določimo tako, da:

1. izberemo neprazen razred D (*področje pogovora* ali *domeno interpretacije*),

2. vsaki individualni konstanti a, ki nastopa v formulah iz F, priredimo element $a \in D$,

3. vsakemu n-mestnemu predikatu P, ki nastopa v formulah iz F, priredimo n-mestno relacijo (odnos) P med n elementi domene D,

4. vsakemu n-mestnemu funkcijskemu simbolu f, ki nastopa v formulah iz F, priredimo funkcijo (predpis) f, ki vsaki n-terici elementov domene D priredi določen element D kot njihovo sliko.

Univerzalni kvantifikator $\forall x$ interpretiramo kot $\forall x \in D$ (za vsak x iz D), eksistenčni kvantifikator $\exists x$ pa kot $\exists x \in D$ (obstaja x iz D).

V izbrani interpretaciji I vsaki zaprti izjavni formuli $\phi \in \mathrm{F}$ ustreza neka izjava ϕ o elementih domene D. Če je izjava ϕ resnična, rečemo, da je *izjavna formula ϕ resnična v interpretaciji I*.

Izjavni formuli ϕ, v kateri prosto nastopajo individualne spremenljivke $x_1, x_2, \ldots, x_k$, priredimo njeno *univerzalno zaprtje* $\forall x_1 \forall x_2 \cdots \forall x_k : \phi$. Za poljubno izjavno formulo (tudi če ni zaprta) rečemo, da je *resnična v interpretaciji* I, če je njeno univerzalno zaprtje resnično v I.

Definicija. Izjavna formula ϕ je ***logično veljavna***, če je resnična v vsaki interpretaciji.

15. 11. 2013

Definicija. Izjavni formuli ϕ in ψ sta ***enakovredni***, če je izjavna formula $\phi \Leftrightarrow \psi$ logično veljavna.

Sestavili smo seznam nekaterih pomembnih enakovrednosti predikatnega računa, ki nam omogočajo poenostavljanje izjavnih formul. Na nekaj primerih smo si ogledali, kako s pomočjo naštetih enakovrednosti predikatnega in izjavnega računa postavimo izjavno formulo v *preneksno obliko*.

Definicija. Končno zaporedje izjavnih formul $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_k, \psi$ je ***pravilen sklep*** s *predpostavkami* $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_k$ in *zaključkom* ψ, če je izjavna formula $\phi_1 \wedge \phi_2 \wedge \cdots \wedge \phi_k \Rightarrow \psi$ logično veljavna. V tem primeru rečemo, da zaključek ***logično sledi*** iz predpostavk in pišemo: $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_k \quad \psi$.