**Strukture urejenosti**

***Definicija.*** Naj bo *R* dvomestna relacija v *A*.

1. *R* ***delno ureja*** *A*, če je refleksivna, antisimetrična in tranzitivna.

2. *R* ***linearno ureja*** *A*, če delno ureja *A* in je sovisna.

Če *R* delno ureja *A*, namesto *xRy* pogosto pišemo *x*≤*y* in beremo: *x je pod y.*

Relaciji delne urejenosti ≤ v *A* priredimo relacijo *stroge delne urejenosti* (*x*<*y*⇔*x*≤*y*∧*x*≠*y*) in relacijo *neposrednega predhodnika* (*x*<⋅ *y*⇔*x*<*y*∧¬∃*z*∈*A*:(*x*<*z*∧*z*<*y*)).

Končno delno urejeno množico grafično predstavimo s *Hassejevim diagramom.*

10. 1. 2014

Definirali smo *minimalne*, *maksimalne*, *prve* in *zadnje* elemente v delno urejeni množici. Ugotovili smo, da ima delno urejena množica največ en prvi element in največ en zadnji element. Prvi elementi so tudi minimalni, zadnji elementi pa so maksimalni. V linearno urejeni množici velja tudi obratno.

Definirali smo *zgornje meje, spodnje meje* ter *natančne zgornje meje* in *natančne spodnje meje* podmnožic v delno urejenih množicah.

Linearno urejeno podmnožico delno urejene množice imenujemo *veriga*.

***Zornova* *lema***. Če ima v delno urejeni množici *A* vsaka veriga zgornjo mejo, ima *A* vsaj en maksimalen element.

Zornovo lemo dokažemo z uporabo aksioma izbire. Kot zgled uporabe Zornove leme v algebri smo dokazali, da ima vsak vektorski prostor bazo.

***Definicija***. Relacija *R* ***dobro ureja*** množico *A*, če jo delno ureja in ima vsaka neprazna podmnožica *A* prvi element.

Ugotovili smo, da je relacija dobre urejenosti sovisna, torej je tudi relacija linearne urejenosti.

***Izrek o dobri urejenosti***. Za vsako množico obstaja relacija, ki jo dobro ureja.

Izrek dokažemo z uporabo aksioma izbire ali Zornove leme.

***Definicija***. Delno urejena množica *A* je ***mreža***, če ima vsaka njena podmnožica z dvema elementoma natančno zgornjo mejo in natančno spodnjo mejo v *A*.