

NLA

4. izpit

22. 2. 2013

1. Prevedi iskanje singularnih vrednosti in vektorjev matrike $A = B + iC$, $B, C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ na iskanje singularnih vrednosti in vektorjev realne matrike. Kakšen je dobljeni realni problem in kako iz njegovih rešitev dobimo rešitve prvotnega problema?

2. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} I & B \\ B^H & I \end{bmatrix},$$

kjer za matriko $B \in \mathbb{C}^{n \times n}$ velja $\|B\|_2 < 1$. Pokaži, da velja

$$\|A\|_2 \|A^{-1}\|_2 = \frac{1 + \|B\|_2}{1 - \|B\|_2}.$$

3. Naj bo $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Dan je polarni razcep matrike, $A = UH$, kjer ima matrika U ortonormirane stolpce, H pa je simetrična, pozitivno semidefinitna. Dokaži, da velja;

$$\frac{\|A^T A - I\|_2}{\|A\|_2 + 1} \leq \|A - U\|_2 \leq \|A^T A - I\|_2.$$

Namig: Najprej pokaži enakosti:

$$A^T A - I = (A - U)^T (A + U), \quad (A - U)^T U = (A^T A - I)(H + I)^{-1}.$$

4. Poišči učinkovit algoritem za reševanje predločenega problema odvisnega od parametra α ,

$$(A + \alpha B)x = b, \text{ kjer je } A \in \mathbb{R}^{m \times n}, B \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m, \alpha \in \mathbb{R}.$$

Sistem je potrebno rešiti za veliko parametrov α in vektorjev b .