

NUMERIČNA LINEARNA ALGEBRA

2. izpit

3.7.2009

1. Kvadratni koren pozitivnega števila a lahko računamo iterativno po predpisu

$$x_{r+1} = x_r \frac{x_r^2 + 3a}{3x_r^2 + a}.$$

Določite red konvergence v bližini \sqrt{a} in pokažite, da metoda monotono konvergira za poljuben $x_0 > 0$.

2. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 4 & 8 & 4 \\ 4 & 10 & 8 & 4 \\ 8 & 8 & 12 & 10 \\ 4 & 4 & 10 & 12 \end{bmatrix} \text{ in } b = \begin{bmatrix} 32 \\ 26 \\ 38 \\ 30 \end{bmatrix}.$$

(a) Izračunajte razcep Choleskega in pokažite, da je matrika pozitivno definitna

(b) Rešite sistem $Ax = b$ s pomočjo razcepa Choleskega.

3. Naj bo A nesingularna zgornja trikotna matrika reda n in naj bosta dana vektorja u in v iz \mathbb{R}^n . Z Givensovimi rotacijami zapišite ekonomičen algoritem za ortogonalni razcep matrike

$$A + uv^T = QR$$

in ugotovite število potrebnih rotacij.

4. Tridiagonalna simetrična matrika A naj ima obliko

$$A = \begin{bmatrix} -1 & a_1 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & 0 & a_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & a_{n-2} & 0 & a_{n-1} \\ 0 & & & a_{n-1} & 0 \end{bmatrix}.$$

Pokažite, da je vsaj ena lastna vrednost matrike A manjša ali enaka -1 .