

NUMERIČNA LINEARNA ALGEBRA

1. kolokvij

2.2.2009

1. Uporabi Halleyovo metodo

$$x_{r+1} = x_r - \frac{f(x_r)}{f'(x_r) - \frac{f''(x_r)f(x_r)}{2f'(x_r)}}$$

za iskanje ničle funkcije $f(x) = x^n - a$, $n > 1$.

- Zapiši iteracijsko funkcijo in pokaži, da je konvergenca kubična.
- Naredi dva koraka za $a = 15$, $n = 5$ in začetni približek $x_0 = 1.8$. Vmesne rezultate zapiši na 5 decimalk natančno.

2. Naredi LU razcep z delnim pivotiranjem matrike

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Poišči permutacijsko matriko P in matriki L in U , da velja $PA = LU$. S pomočjo razcepa poišči inverz matrike A .

3. Dan je sistem $m + n$ enačb za $m + n$ neznanke

$$\begin{bmatrix} I & A \\ A^T & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix},$$

kjer je $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{R}^m$ in $c \in \mathbb{R}^n$. Pokaži, da velja:

- Matrika sistema je nesingularna.
- Pokaži, da x' minimizira

$$\|Ax - b\|_2^2 + \|x + c\|_2^2.$$

4. Dana sta vektorja $x, y \in \mathbb{R}^n$. Zapiši ekonomičen algoritem za LU razcep matrike $A = I + xy^T$ brez pivotiranja.

- Poišči LU razcep za primer $n = 3$.
- S pomočjo prejšnje točke in uporabe indukcije poišči LU razcep za splošen primer.
- Zapiši algoritem in preštej število operacij.