Numerične linearna algebra 2013/2014

2. domača naloga

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom `ime-priimek-2.zip` in jih oddajte preko spletne učilnice (`http://ucilnica.fmf.uni-lj.si`) najkasneje do 14. 6. 2014 do 20. ure. Priložite poročilo, v katerem za vsako nalogo opišete postopek reševanja, zapišete rešitev, in komentirate rezultat. Priložite programe, s katerimi ste naloge rešili. Programi za vsako nalogo naj bodo v svoji mapi (nal1, nal2, ...), datoteke morajo biti smiselno poimenovane. Obvezno za vsako nalogo priložite glavno skripto, ki prikazuje delovanje vaših funkcij ali skript. Naloge morajo biti rešene v Matlabu (uporabite lahko tudi Octave ali Scilab).

Če imate kakšno vprašanje o nalogah ali Matlabu, se obrnite na asistenta ali profesorja. Če menite, da je vprašanje zanimivo tudi za ostale, uporabite forum.

Naj bodo $c_1c_2c_3c_4$ zadnje 4 cifre vaše vpisne številke.

Vse naloge so enakovredne.

1. Dana je matrika
$$A = \begin{bmatrix} 0.1 & c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 & c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}.$$
Vzemite matriko X, ki jo dobite z ukazi
```
rand('state',0); X=rand(5)
```
in naj bo $B = XAX^{-1}$.
   (a) Koliko korakov potrebuje osnovna QR metoda brez premikov in brez redukcije na zgornjo Hessenbergovo matriko za začetno matriko B, da so vse absolutne vrednosti poddiagonalnih elementov pod 10^{-8}?
   (b) Matriko B reducirajte na zgornjo Hessenbergovo matriko H z Matlabovim ukazom `H=hess(B)`. Koliko korakov potrebuje QR metoda z enojnim pomikom za začetno matriko H, da vsaj enemu elementu na poddiagonali absolutna vrednost pade pod 10^{-8}?
   (c) Tako kot v točki (b), le da namesto enojnih uporabite dvojne pomike.

   Kot rezultat vrnite tabelo s potrebnimi števili korakov QR metode. Komentirajte svoje rezultate.

2. Z zaporedjem ukazov
```
rand('state',vpisna);
B=rand(8);
A=diag(diag(B))+diag(diag(B,1),1)+diag(diag(B,1),-1);
```
dobite simetrično tridiagonalno matriko A. Simulirajte en korak metode deli in

vladaj na matriki A, tako, da jo po algoritmu razbijete na T_1 in T_2, za ti dve matriki pa lastne vrednosti in lastne vektorje izračunate kar s funkcijo `eig`. Zapišite začetno matriko A, vektorja d, u in skalar ρ, ki tvorijo sekularno enačbo.

3. Za simetrično tridiagonalno matriko A podano z diagonalo d in naddiagonalo u napišite program `lastna(d, u)`, ki vrne $(c_1+c_2+c_3+c_4)$-to največjo lastno vrednost. Pomagajte si s Sturmovim zaporedjem in bisekcijo. Zglede lahko najdete na profesorjevi strani. Program preizkusite na podatkih

```
rand('state',vpisna);
n = ceil(10000*(1+rand()));
d = 2*ones(n,1);
u = -ones(n,1);
```

   Izkaže se, da je največja lastna vrednost enaka $\lambda_{\max} = 2 - 2\cos(\frac{n\pi}{n+1})$. Najmanjša vrednost je enaka $\lambda_{\min} = 2 - 2\cos(\frac{\pi}{n+1})$. Izberite si primeren začetni interval. Paziti morate tudi, da ne pride do prekoračitve med računanjem Sturmovega zaporedja.

4. Dan je sistem mas in vzmeti, prikazan na sliki. Naj bodo mase enake $m_1 = c_1 + 10, m_2 = c_2 + 10, m_3 = c_3 + 10$, koeficienti vzmeti pa $k_1 = 1/2 * (c_1 + c_2), k_2 = 1/3 * (c_2 + c_3), k_3 = 1/5 * (c_3 + c_5)$. Označite z y_i odmik mase m_i od njenega položaja v statični ravnovesni legi. Izračunajte lastne frekvence sistema. Sistem spravimo v gibanje, tako da premaknemo zadnjo vzmet v desno.