Matrične igre

Matrično igro smo definirali kot igro za dva igralca, pri kateri ima prvi igralec na voljo n izbir, drugi igralec pa m izbir. Izid igre določa ***plačilna matrika*** $A\in\mathbb{R}^{n\times m}$: Če je prvi igralec izbral izbiro i, drugi igralec pa izbiro j, mora drugi igralec prvemu plačati znesek a_{ij}.

Sedlo matrike $A\in\mathbb{R}^{n\times m}$ smo definirali kot par indeksov (i_0,j_0), tako da je element $a_{i_0j_0}$ najmanjši v svoji vrstici in največji v svojem stolpcu. Pokazali smo, da sedlo obstaja natanko tedaj, ko je

$$\max_i\min_j a_{ij} = \min_j\max_i a_{ij}.$$

Če ima plačilna matrika igre sedlo (i_0,j_0), lahko prvi igralec ne glede na izbiro nasprotnika dobi vsaj $a_{i_0j_0}$ (če izbere izbiro i_0), drugemu igralcu pa ne glede na izbiro nasprotnika ni treba izgubiti več kot $a_{i_0j_0}$ (če izbere izbiro j_0).

11. 12. 2013

Matrična igra postane zanimiva, če jo igralca velikokrat ponovita. ***Strategija 1. igralca*** je diskretna verjetnostna porazdelitev $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, kjer je x_i verjetnost, da igralec izbere izbiro i. ***Strategija 2. igralca*** je diskretna verjetnostna porazdelitev $y=(y_1,y_2,\ldots,y_m)$, kjer je y_j verjetnost, da igralec izbere izbiro j. Povprečni dobitek 1. igralca pri teh strategijah je enak

$$E(x,y)=\langle x,Ay\rangle.$$

1. igralec išče $\max_x\min_y E(x,y)$, 2. igralec pa $\min_y\max_x E(x,y)$. Pokazali smo, kako ta dva optimizacijska problema prevedemo na dva linearna programa, ki sta si dualna. Od tod sledi

Izrek o minimaksu. Pri vsaki matrični igri je

$$\max_x\min_y E(x,y)=\min_y\max_x E(x,y).$$

Število $v:=\max_x\min_y E(x,y)=\min_y\max_x E(x,y)$ imenujemo *vrednost* matrične igre. Če je $v=0$, je igra *poštena*.

Ogledali smo si, kako lahko za dani strategiji x in y prvega oziroma drugega igralca preverimo, ali sta optimalni.

19. 12. 2013

Ogledali smo si še nekaj posebnih primerov matričnih iger (*igre s sedlom, simetrične igre* in *igre z dominacijo*).