1. domača naloga

Navodilo: med prvimi štirimi nalogami lahko izbirate med naslednjimi možnostmi: nalogi 1,2 ali naloga 3 ali naloga 4. Preostale naloge 5,6,7 so obvezne. Rok za oddajo je 12. november.

1. Naj bosta $A \subseteq \mathbb{R}^m$ in $B \subseteq \mathbb{R}^n$ množici. Pokaži:
   (a) če sta A in B konveksni, je tudi $A \times B \subseteq \mathbb{R}^{m+n}$ konveksna;
   (b) če sta A, B neprazni in je $A \times B$ konveksna, sta tudi A in B konveksni.

2. Naj bo $A = (\mathbb{R} \times \{0\}) \cup \{(0,1)\} \subseteq \mathbb{R}^2$. Določi $\mathcal{C}(A)$. Odgovor utemelji!

3. Za množici $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ definiramo $C = \{\lambda x + (1-\lambda)y |\ x \in A,\ y \in B,\ \lambda \in [0,1]\}$.
   (a) Določi C za $A = \{(x,y)|\ x^2 + y^2 \leq 1\} \subseteq \mathbb{R}^2$ in $B = \{(2,0)\}$.
   (b) Dokaži: če sta A in B konveksni, je tudi C konveksna.
   (c) Poišči primer, ko vsaj ena od množic A, B ni konveksna, C pa je konveksna.

4. Za množici $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ definiramo $A + B = \{x + y |\ x \in A,\ y \in B\}$. Dokaži:
   (a) če sta A in B konveksni, je tudi $A + B$ konveksna;
   (b) $\mathcal{C}(A + B) = \mathcal{C}(A) + \mathcal{C}(B)$.

5. Pokaži, da za poljubni množici $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ velja $\mathcal{C}(\mathcal{C}(A) \cup \mathcal{C}(B)) = \mathcal{C}(A \cup B)$.

6. Naj bo $A \subseteq \mathbb{R}^n$ konveksna in $f : A \to \mathbb{R}$ konveksna funkcija.
   (a) Pokaži, da je $f^{-1}(-\infty, a)$ konveksna množica za vsak $a \in \mathbb{R}$.
   (b) Poišči primer, ko $f^{-1}(0, \infty)$ ni konveksna.

7. Izrazi polieder $z \leq y \leq x$, $y \geq 0$, $x \geq 1$ v standardni obliki.