Konveksne množice

1. Pokaži, da je množica $A = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 |\ y^2 + z^2 + w^2 \leq x \leq 2\}$ konveksna.

2. Za $A \subseteq \mathbb{R}^n$ naj bo

$$J(A) = \{x \in A |\ \forall y \in A \forall \lambda \in [0, 1] : \lambda x + (1 - \lambda) y \in A\}.$$

   (a) Poišči $J(A)$ za $A = ([0, 3] \times [0, 1]) \cup ([1, 2] \times [1, 2])$.

   (b) Pokaži: $J(A)$ je konveksna za vsako množico A.

3. Pokaži: $A \subseteq \mathbb{R}^n$ je konveksna natanko tedaj, ko za poljubna $\alpha, \beta \geq 0$ velja $\{\alpha x + \beta y |\ x, y \in A\} = \{(\alpha + \beta) z |\ z \in A\}$.

4. Za $A \subseteq \mathbb{R}^n$ naj bo

$$A^* = \{x \in \mathbb{R}^n |\ \forall a \in A : \langle a, x \rangle \leq 1\}.$$

   (a) Pokaži: A^* je vselej konveksna.

   (b) Nariši A^* za $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 |\ |x| = |y| = 1\}$.

   (c) Pokaži, da je $(\mathcal{C}(A))^* = A^*$.

5. (a) Pokaži, da za vse $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$ velja $\mathcal{C}(A \cap B) \subseteq \mathcal{C}(A) \cap \mathcal{C}(B)$.

   (b) Poišči primer množic $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$, za kateri $\mathcal{C}(A \cap B) \neq \mathcal{C}(A) \cap \mathcal{C}(B)$.

6. Kdaj je unija dveh krogov v ravnini konveksna?

7. Pokaži, da je zaprtje konveksne množice konveksno.

8. Pokaži, da je notranjost konveksne množice konveksna.