

Zgledi optimizacijskih problemov

1. Dana je naloga: Naj bo dan graf G . Poišči množico točk minimalne moči, ki vsebuje vsaj po eno krajišče vsake povezave.

Določi množico dopustnih rešitev D , kriterijsko funkcijo f in tip problema opt za to nalogo.

2. Dan je naslednji problem: Tri tipe vitaminov V_1 , V_2 in V_3 lahko kupimo v štirih tipih tablet T_1 , T_2 , T_3 in T_4 . Tableta T_1 vsebuje 4 enote vitamina V_1 in 2 enoti vitamina V_2 , tableta T_2 vsebuje 1 enoto vitamina V_1 , 5 enot vitamina V_2 in 2 enoti vitamina V_3 , tableta T_3 vsebuje 2 enoti vitamina V_1 in 4 enote vitamina V_3 , tableta T_2 pa vsebuje 2 enoti vitamina V_1 , 4 enote vitamina V_2 in 1 enoto vitamina V_3 . Tableta T_1 stane 2 denarni enoti, tableta T_2 6 enot, tableta T_3 8 enot in tableta T_4 5 enot. Z nakupom tablet želimo dobiti najmanj 80 enot vitamina V_1 , 40 enot vitamina V_2 in 120 enot vitamina V_3 . Koliko tablet vsakega tipa naj kupimo, da zadostimo zahtevi po vitaminih in da so stroški nakupa tablet najmanjši?

Določi D , f in opt za ta problem. Kateri optimizacijski problem je to?

3. Dana sta dva pozitivna vektorja a in c ter pozitivno število b . Poišči vektor x s komponentami 0 in 1, tako da bo $\langle c, x \rangle \leq b$, produkt $\langle a, x \rangle$ pa največji.

Določi D , f in opt za ta problem. Kateri znan problem je to?

4. (Kromatično število) Dan je problem: Naj bo G graf. Vsako točko grafa pobarvamo. Najmanj koliko barv potrebujemo, da nobeni dve sosednji točki ne bosta pobarvani z isto barvo?

Opiši ta problem v obliki optimizacijske naloge. (Določi D , f , opt .)

5. Dan je naslednji problem: Postavi n šahovskih kraljic na šahovnico velikosti $n \times n$ tako, da se nobeni dve ne napadata.

(a) Formuliraj nalogo v obliki optimizacijskega problema (določi D , f in opt). Ali znaš formulirati problem tako, da bo $|D| = n!$?

(b) Poišči kakšno rešitev za $n = 4$ in $n = 5$. Ali obstaja rešitev za $n = 3$?

6. Dano je območje $D = \{(x, y) \mid x, y \geq 0, x + 2y \leq 6, 5x + 4y \leq 20\}$. Poišči točko (x, y) v D , tako da bo vsota $x + y$ največja možna. Poišči še točko (x, y) v D , kjer sta x in y celi števili in je vsota $x + y$ največja možna.

7. Dano je območje $x, y \geq 0, x + 5y \geq 1, 2x + 4y \geq 1$ in funkcija $f(x, y) = 3x + 10y$. V kateri točki na D funkcija f doseže minimum?

8. A , B , C in D morajo ponoči prečkati zelo dolgo in ozko brv, ki drži le dva človeka hkrati. Ker imajo le eno svetilko, se mora vsakič nekdo s svetilko vrniti na izhodišče. Posamezniki so različno hitri: A potrebuje za prehod čez brv 1 minuto, B potrebuje 2 minuti, C 5 minut in D 10 minut. Če prečkata brv dva hkrati, se hitrejši prilagodi počasnejšemu. Poišči zaporedje prehodov, s katerim skupina najhitreje pride na drugi breg. Poišči še matematični model, ki opisuje ta problem. Kateri optimizacijski problem je to?
9. Dan je krožni izsek $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\sqrt{3}\}$. V odvisnosti od $a \in \mathbb{R}$ poišči točko na D , v kateri funkcija $f(x, y) = |y - ax|$ doseže maksimum.